

Schwingungstilger – Theoretische Grundlagen und praktische Anwendung

Benedikt Weber und Glauco Feltrin

Empa, Eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt, CH-8600 Dübendorf

Einleitung

Schwingungstilger sind ein effektives Mittel zur Reduktion von übermässigen Schwingungen. Die theoretischen Grundlagen sind bereits 1940 von Den Hartog [1] aufgestellt worden. Obwohl die meisten Ingenieure schon davon gehört haben, sind sie doch nicht mit den Details vertraut, da nur wenige je in die Lage gekommen sind, einen Tilger einzusetzen. Auch wenn bei einem konkreten Fall normalerweise ein Spezialist beigezogen wird, ist es doch auch für den allgemeinen Ingenieur hilfreich, die Grundlagen und einige wichtige Punkte der Umsetzung zu kennen. In diesem Artikel versuchen wir, die theoretischen Grundlagen in einfacher Weise darzustellen und in anschaulicher Weise die praktische Anwendung zu beschreiben [2].

Theoretische Grundlagen

Wir betrachten hier den klassischen Fall eines Tilgers mit einer Masse. Ein solcher Tilger kann genau eine Schwingungsform mit einer bestimmten Eigenfrequenz dämpfen. Die mit dem Tilger gekoppelte Schwingungsform kann näherungsweise als Zweimassenschwinger modelliert werden. Für den Fall, dass mehrere Schwingungsformen gedämpft werden müssen, sind mehrere Tilger nötig. Als Anregung wird in der klassischen Theorie eine harmonische Kraft angenommen. Eine harmonische Anregung mag nicht immer ganz realistisch sein, stellt aber den einfachsten Fall dar und führt zu den grössten Schwingungsamplituden.

Modell des Bauwerks mit Tilger

Abbildung 1a) zeigt die typische Situation eines Balkens, der in der ersten Eigenform schwingt und der mit einem Tilger versehen ist. Das Modell des Zweimassenschwingers ist in Abbildung 1b) dargestellt. Die Masse m_B und die Steifigkeit k_B der Struktur sind gleich der modalen Masse und der modalen Steifigkeit der entsprechenden Schwingungsform.

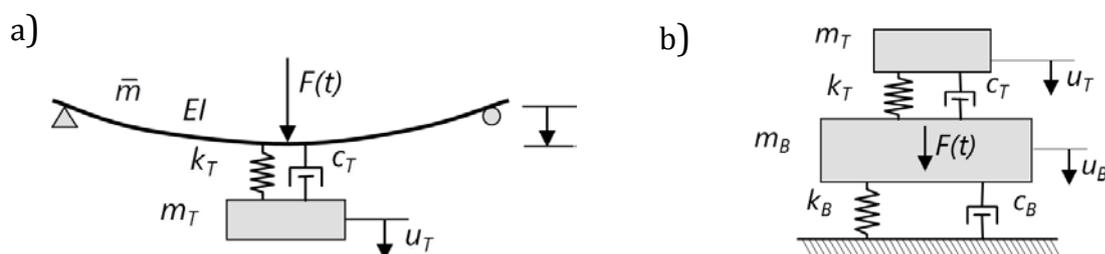


Abbildung 1: a) Balken mit Tilger, b) Zweimassenschwinger.

Anstatt mit Massen und Dämpfungskonstanten wird normalerweise mit den entsprechenden Eigenfrequenzen und Dämpfungen (Dämpfungsmass in % der kritischen Dämpfung) gearbeitet, die wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned}
 f_B &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{k_B/m_B} && \text{Eigenfrequenz Struktur} \\
 f_T &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{k_T/m_T} && \text{Eigenfrequenz Tilger} \\
 \zeta_B &= c_H / 2\sqrt{k_B/m_B} && \text{Dämpfung Struktur} \\
 \zeta_T &= c_T / 2\sqrt{k_T/m_T} && \text{Dämpfung Tilger}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Die Eigenfrequenz und die Dämpfung der Struktur wird aber oft auch direkt durch Versuche ermittelt. Als weiterer Parameter wird oft das Massenverhältnis definiert:

$$\mu = m_T / m_B \tag{2}$$

Die modalen Parameter der Struktur können je nach Komplexität mit einem Finite-Element-Modell oder mit dem Rayleigh-Verfahren ermittelt werden. Letzteres kann von Hand durchgeführt werden und eignet sich für einfachere Systeme, wie einfeldrige Balken oder Kragarme. Dabei wird eine Schwingungsform entsprechend der erwarteten Verformung angenommen und daraus die modalen Parameter berechnet. Als Ansätze kommen insbesondere Sinus-Funktionen und Polynome in Betracht.

Die modale Steifigkeit k_B , modale Masse m_B und modale Kraft F_B können für den Fall des Rayleigh-Verfahrens wie folgt berechnet werden:

$$k_B = \int_L EI [w(x)''']^2 dx \quad m_B = \int_L \bar{m} [w(x)]^2 dx \quad F_B = F_0 w(x_0) \tag{3}$$

Dabei ist $w(x)$ die angenommene Schwingungsform, EI ist die Biegesteifigkeit, \bar{m} die verteilte Masse pro Länge und F_0 eine Einzelkraft an der Stelle x_0 . Die Eigenfrequenz der Struktur wird nach Gleichung (1) berechnet und entspricht beim Rayleigh-Verfahren dem Rayleigh-Quotienten.

Während für die Berechnung der Eigenfrequenz die Modalform beliebig skaliert sein kann, muss sie für die Kombination mit dem Tilger beim Befestigungspunkt desselben (in der Bewegungsrichtung der Tilgermasse) den Wert 1 (dimensionslos) annehmen. Die Kraft (oder die entsprechende Harmonische, s. unten) kann direkt auf den Zweimassenschwinger aufgebracht werden, falls der Angriffspunkt beim Tilger liegt. Andernfalls muss sie mit der Amplitude der Modalform an der entsprechenden Stelle multipliziert werden, wie dies in Gleichung (3) angegeben ist.

Dynamisches Verhalten

Als Vereinfachung für die Bemessung wird eine harmonische Anregung angenommen, d.h. es wird ein stationärer Zustand betrachtet, der sich nach genügend langer Anregungszeit einstellt. Periodische Anregungen, wie durch Fussgänger erzeugt werden, können durch eine Zerlegung in eine Fourier-Reihe als Summe von Harmonischen dargestellt werden:

$$F_B(t) = G + \Delta G_1 \sin(2nf_p t) + \Delta G_2 \sin(4nf_p t - \phi_2) + \dots \tag{4}$$

Dabei ist G der statische Anteil (Gewicht), ΔG_i sind die Amplituden der i -ten Harmonischen, f_p ist die Grundfrequenz der periodischen Anregung (Schrittfrequenz) und ϕ_i ist die entsprechende Phasenverschiebung bezüglich der ersten Harmonischen. Für die Bemessung wird jeweils nur die Harmonische betrachtet, die mit der Eigenfrequenz der Struktur übereinstimmt. Dies muss nicht die erste Harmonische sein, sondern es können auch höhere Harmonische massgebend werden, entsprechend einem ganzen Vielfachen von f_p .

Für eine harmonische Anregung kann die quasi-statische Auslenkung $u_{B0} = \Delta G_i / k_B$ mit dem dynamischen Vergrößerungsfaktor multipliziert werden. Dieser wird für eine Struktur ohne Tilger maximal, wenn die Anregungsfrequenz gleich der Eigenfrequenz ist (Resonanz) und beträgt dann $1/(2\zeta_B)$. Die maximale Verschiebungsamplitude ohne Tilger wird damit

$$u_B = \frac{\Delta G_i}{k_B} \frac{1}{2\zeta_B} = u_{B0} \frac{1}{2\zeta_B} \quad (5)$$

Die entsprechende Beschleunigungsamplitude wird

$$a_B = (\omega_B)^2 u_B = \frac{\Delta G_i}{m_B} \frac{1}{2\zeta_B} \quad (6)$$

wobei $\omega_B^2 = (2\pi f_B)^2 = k_B / m_B$ die Kreisfrequenz (im Quadrat) bezeichnet. Die Beschleunigung hängt nur von der Masse der Struktur, nicht aber von deren Steifigkeit ab. Darum kann eine relativ leichte Fussgängerbrücke viel eher angeregt werden als eine viel schwerere Strassenbrücke.

Für eine Struktur mit einem Tilger, d.h. für einen Zweimassenschwinger, kann die Verschiebungs- und die Beschleunigungsamplitude der Struktur ebenfalls mit Hilfe des dynamischen Vergrößerungsfaktors beschrieben werden. Dieser ist in Abbildung 2 als Funktion des Verhältnisses Anregungsfrequenz zu Eigenfrequenz der Struktur f/f_B dargestellt. Für die Berechnung wurde eine ungedämpfte Struktur und ein Massenverhältnis von $\mu = 2\%$ angenommen. Die Kurven wurden für optimale und für leicht veränderte Tilgerparameter berechnet. Sie zeigen jeweils zwei relative Maxima, die bei optimaler Abstimmung gleich gross sind und den kleinsten Wert annehmen. Zum Vergleich ist auch die Kurve für den Einmassenschwinger ohne Tilger angegeben, die bei der Resonanz $f = f_B$ unendlich wird.

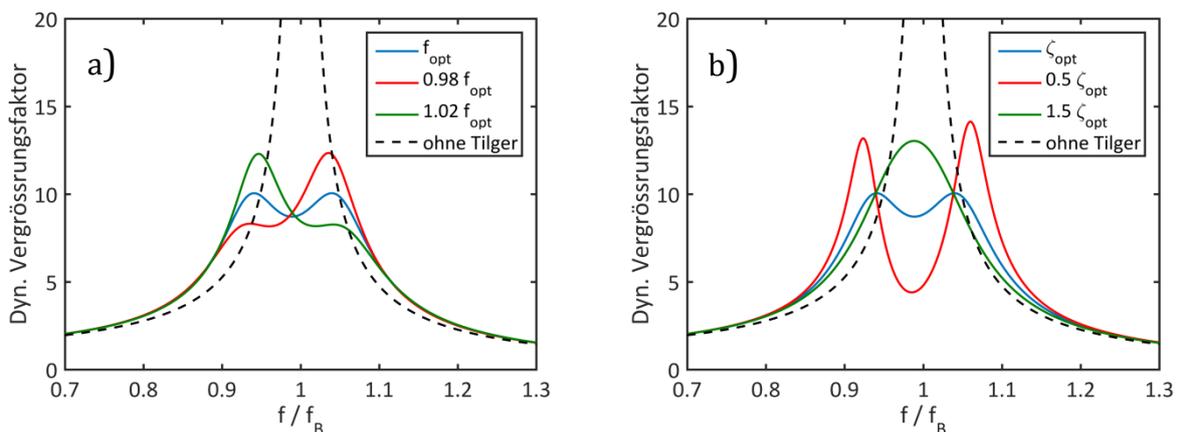


Abbildung 2: Dynamischer Vergrößerungsfaktor, a) Variation der Eigenfrequenz, b) Variation der Dämpfung.

Bemessung des Tilgers

Die optimale Abstimmung eines Tilgers hängt von der Eigenfrequenz und der Dämpfung des Bauwerks, sowie vom Massenverhältnis ab. Für eine ungedämpfte Struktur hat Den Hartog [1] folgende Formeln angegeben:

$$f_{opt}^0 = \frac{f_B}{1 + \mu} \quad \text{und} \quad \zeta_{opt}^0 = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (7)$$

Für eine gedämpfte Struktur können die optimalen Tilgerparameter numerisch gefunden werden. Dazu wurden für verschiedene Dämpfungswerte der Struktur und für verschiedene Massenverhältnisse die Tilgerparameter ähnlich wie in Abbildung 2 variiert, und die optimalen Parameter bestimmt, bei denen der maximale Vergrößerungsfaktor am kleinsten wurde. Die Eigenfrequenz der Struktur muss bei dieser Analyse nicht variiert werden, da der dynamische Vergrößerungsfaktor nur von f/f_B abhängt und die optimale Tilgerfrequenz somit als f_{opt}/f_B ausgedrückt werden kann. Die so gefundenen optimalen Tilgerparameter sind in Abbildung 3 in Abhängigkeit des Massenverhältnisses aufgezeigt. Die Kurven für eine Struktur ohne Dämpfung fallen mit den Lösungen nach Den Hartog zusammen (Kreise). Wie aus den Kurven ersichtlich ist, gilt die Formel für die Frequenzabstimmung näherungsweise auch für Strukturen bis zu 2% Dämpfung. Strukturen mit höherer Dämpfung verursachen in der Regel keine Schwingungsprobleme und benötigen daher auch keine Tilger. Die optimale Dämpfung hängt kaum von der Strukturdämpfung ab und die Formeln nach Den Hartog können für alle Fälle angewandt werden.

Neben der optimalen Abstimmung ist auch der erzielte Effekt für die der Verschiebung der Struktur und des Tilgers von Bedeutung. Der maximale dynamische Vergrößerungsfaktor für eine Struktur mit optimal abgestimmtem Tilger ist in Abbildung 4a) dargestellt. Dieser Wert nimmt mit zunehmendem Massenverhältnis ab. Ein Massenverhältnis über 2% ist aber nicht mehr effizient, da die Abnahme nur noch gering ist. Für den Tilger ist der relative Tilgerweg massgebend, der den Federweg und den Platzbedarf des Tilgers bestimmt. Der maximale Vergrößerungsfaktor für den relativen Tilgerweg ist in Abbildung 4b) gezeigt. Dieser Wert bezieht sich wie der maximale Vergrößerungsfaktor der Struktur auf die quasi-statische Durchbiegung der Struktur. Bei begrenzten Platzverhältnissen kann es sinnvoll sein, ein Massenverhältnis über 2% zu wählen, auch wenn die Schwingung der Struktur dadurch nicht viel weiter reduziert wird.

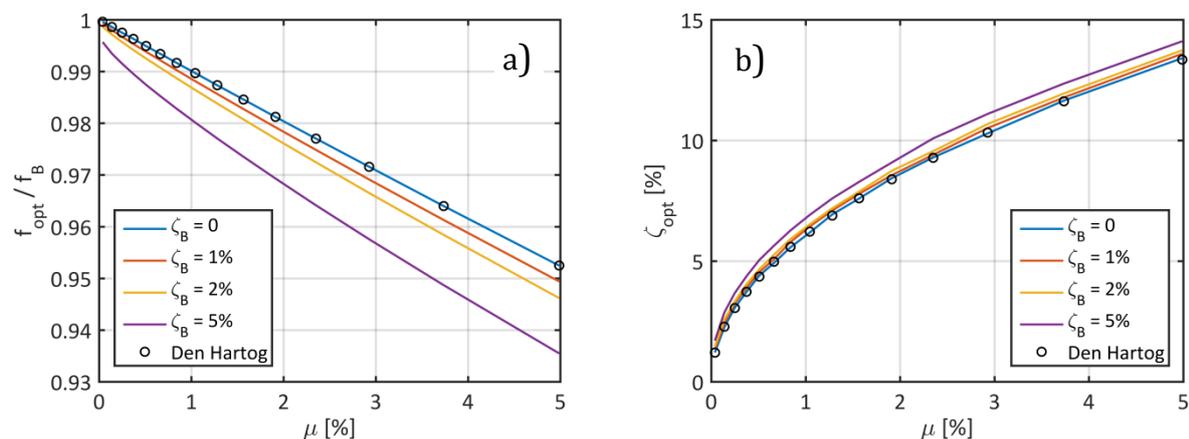


Abbildung 3: Optimale Tilgerabstimmung, a) Frequenzabstimmung, b) Abstimmung der Dämpfung.

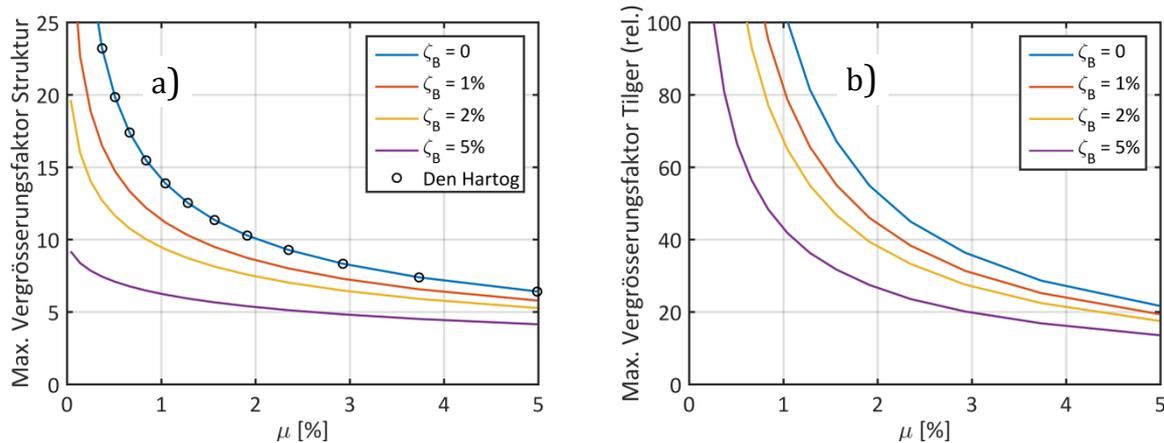


Abbildung 4: Maximaler dynamischer Vergrößerungsfaktor bei optimal abgestimmtem Tilger: a) Struktur, b) Relativer Tilgerweg.

Auch für den maximalen Amplifikationsfaktor hat Den Hartog eine Formel für ein Bauwerk ohne Dämpfung angegeben:

$$A_B^0 = \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} \quad (8)$$

Diese Werte sind auch in Abbildung 4 (mit Kreisen) eingezeichnet. Offensichtlich kann die Formel (8) nur für Bauwerke mit sehr kleiner Dämpfung verwendet werden und ist nicht allgemein gültig.

Für eine Abschätzung der Schwingamplitude eines gedämpften Bauwerks mit optimal abgestimmtem Tilger kann man jedoch eine effektive Dämpfung betrachten. Diese ist definiert als

$$\zeta_{eff} = \frac{1}{2A_B} \quad (9)$$

Für eine Struktur ohne Dämpfung ergibt sich aus der Formel (8) eine effektive Dämpfung durch den Tilger von

$$\zeta_{eff}^0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{2+\mu}} \quad (10)$$

Für eine Struktur mit Dämpfung kann die effektive Dämpfung näherungsweise durch Addition der Strukturdämpfung und der Dämpfung durch den Tilger bestimmt werden:

$$\zeta_{eff} \approx \zeta_{eff}^0 + \zeta_B \quad (11)$$

Die so erhaltenen Werte der effektiven Dämpfung sind in Abbildung 5 als Kurven aufgetragen. Bis zu 2% Strukturdämpfung stimmen sie recht gut mit den numerisch berechneten Kurven überein, die als einzelne Punkte eingetragen sind.

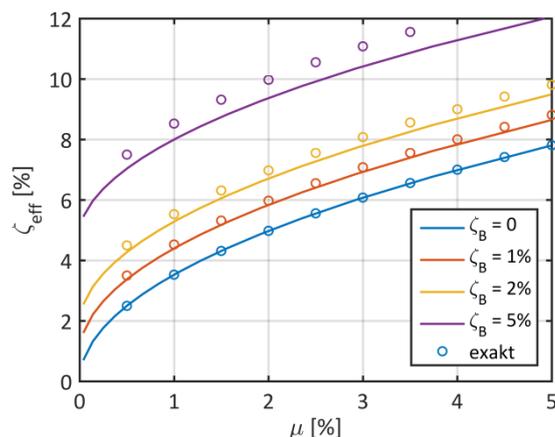


Abbildung 5: Effektive Dämpfung als Summe der Tilgerwirkung und der Strukturdämpfung.

Sensitivität der Tilgerabstimmung

In der Praxis ist die Frequenzabstimmung eines Tilgers meistens nicht perfekt. Wird ein Tilger ausgelegt, bevor eine Struktur gebaut ist, kann die Eigenfrequenz der Struktur nur durch ein numerisches Modell bestimmt werden. Eine berechnete Eigenfrequenz kann aber von der tatsächlichen Eigenfrequenz beträchtlich abweichen und einen grossen Fehler in der Frequenzabstimmung zur Folge haben. Ein solches Vorgehen ist daher nicht zu empfehlen. Aber auch wenn die Eigenfrequenz einer Struktur gemessen wurde, ist die Frequenzabstimmung meistens nicht optimal. Neben Ungenauigkeiten bei der Installation sind vor allem Umwelteinflüsse dafür verantwortlich, dass weder die Strukturparameter noch die Tilgerparameter konstant sind. Bei Brücken mit Asphaltbelag kann die Asphalttemperatur die Eigenfrequenz der Struktur wesentlich beeinflussen [3]. Ausserdem kann die Temperatur der Dämpferflüssigkeit sowohl die Tilgerdämpfung wie auch die Tilgerfrequenz verändern [4,5].

Um den Einfluss einer Abweichung von der optimalen Abstimmung zu erfassen, definieren wir den Wirkungsgrad bezüglich einer optimalen Abstimmung:

$$w = \frac{A_{B,opt}}{A_{B,vorhanden}} \cdot 100\% \quad (12)$$

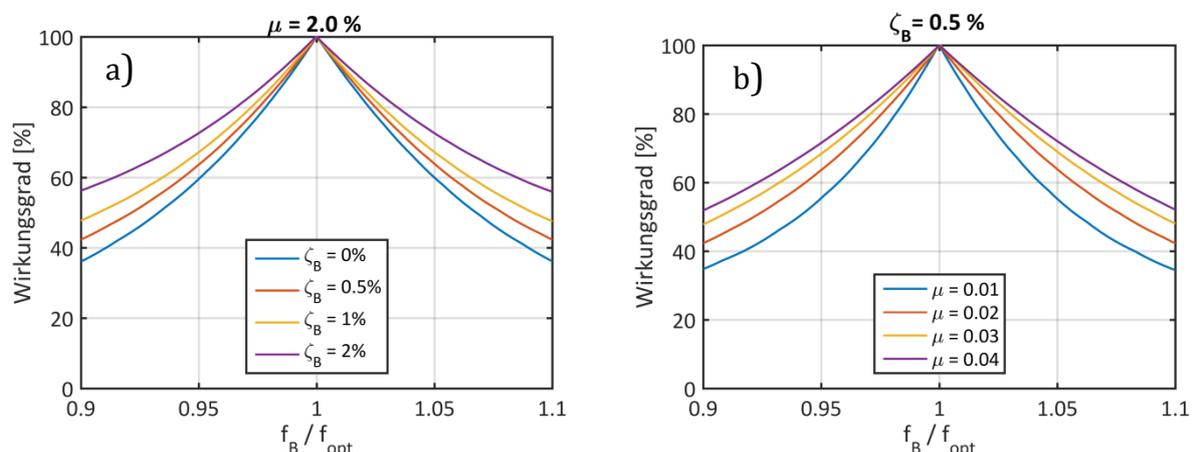


Abbildung 6: Sensitivität bezüglich Frequenzverstimung, a) verschiedene Bauwerksdämpfungen, b) verschiedene Massenverhältnisse.

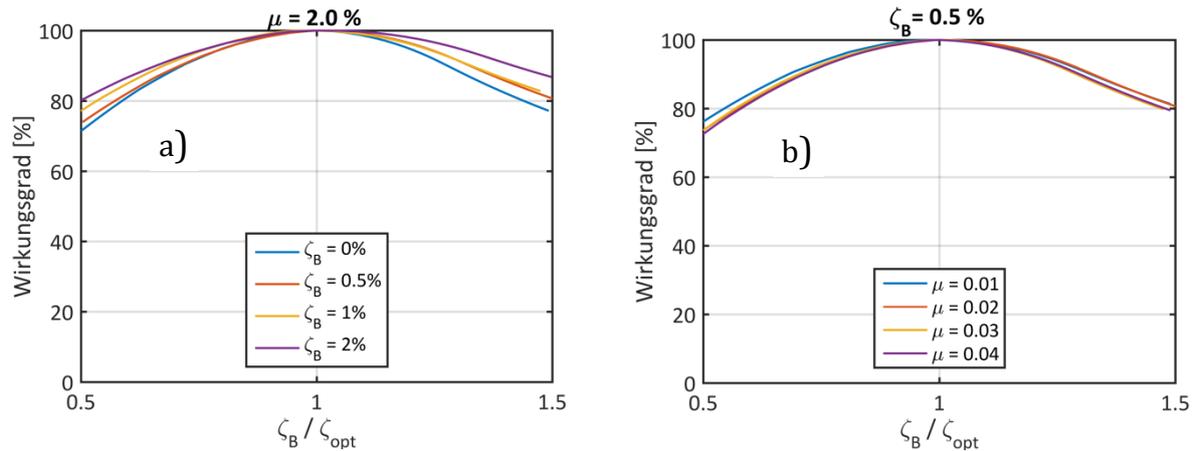


Abbildung 7 Sensitivität bezüglich Dämpfungsabstimmung, a) verschiedene Bauwerksdämpfungen, b) verschiedene Massenverhältnisse.

Der Einfluss einer nicht-optimalen Frequenzabstimmung ist in Abbildung 6 dargestellt. Er hängt sowohl von der Strukturdämpfung (Abbildung 6a) wie auch vom Massenverhältnis (Abbildung 6b) ab. Die Abstimmung ist weniger empfindlich für eine höhere Strukturdämpfung und ein grösseres Massenverhältnis. In jedem Fall ist eine genaue Frequenzabstimmung wichtig: Bereits eine Abweichung von 10% reduziert den Wirkungsgrad um 50%. Weniger dramatisch ist die Abweichung bei der Dämpfung, wie aus Abbildung 7 ersichtlich ist. Hier wird bei einer Abweichung von 50% der Wirkungsgrad lediglich um 20% reduziert. Diese Werte hängen auch kaum von der Strukturdämpfung und vom Massenverhältnis ab.

Praktische Anwendung

Tilgerkonstruktionen

Der Grossteil der eingebauten Tilger besteht aus einer Masse, die auf Federn gelagert ist. Zwei Beispiele sind in Abbildung 8 abgebildet. Da die Abstimmfrequenz eines Tilgers bei der Herstellung oft noch nicht genau bekannt ist, sollte eine Möglichkeit zur Justierung vorgesehen werden. Meistens werden Zusatzmassen verwendet, die nach Bedarf hinzugefügt oder weggenommen werden können. Dämpfungselemente bestehen typischerweise aus einem Stab, der in eine viskose Flüssigkeit eingetaucht ist. Die Dämpfung kann in gewissen Grenzen durch die Eintauchlänge angepasst werden. Die optimale Einstellung der Dämpfung ist aber weit weniger wichtig als die optimale Einstellung der Frequenz. Meistens wird als Dämpferflüssigkeit ein Silikonöl mit hoher Viskosität verwendet. Wichtig sind eine gute Alterungsbeständigkeit und eine geringe

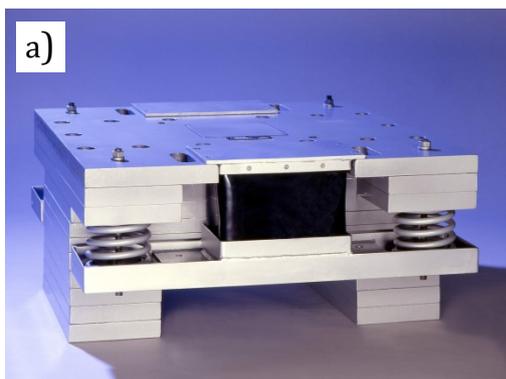


Abbildung 8: Vertikaltilger, a) Millennium Bridge London[6], b) Rumilobrugg Rümliang.

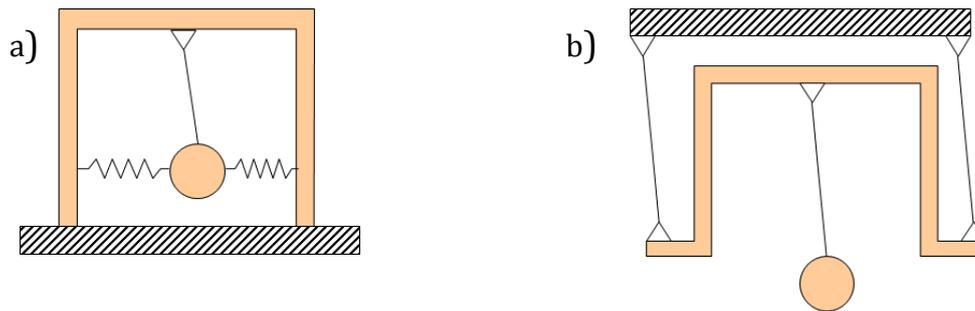


Abbildung 9: Spezialkonstruktionen von Pendeln: a) Pendel mit Feder, b) zusammengesetztes Pendel.

Temperaturabhängigkeit. In Versuchen hat sich gezeigt, dass das Silikonöl nicht nur eine Dämpfung erzeugt, sondern auch eine elastische Steifigkeit. Daher kann die Tilgerfrequenz nicht unabhängig vom Dämpfer eingestellt werden. Auch eine gewisse Temperaturabhängigkeit des Silikonöls konnte festgestellt werden, die sowohl die Dämpfung wie auch die Frequenz des Tilgers verändern kann. Ein Beispiel wird weiter unten gezeigt.

Neben den klassischen Vertikaltilgern werden auch horizontal schwingende Tilger verwendet. Diese werden typischerweise als Pendeltilger konstruiert. Bekanntermassen hängt die Eigenfrequenz eines Pendels nur von dessen Länge, nicht aber von dessen Masse ab:

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (13)$$

wobei g die Erdbeschleunigung bezeichnet. Die erforderliche Pendellänge ist somit proportional zum Quadrat der Tilgerfrequenz und variiert von sehr kurz (6 cm bei 2Hz) bis sehr lang (1m bei 0.5 Hz). Die direkt von der Frequenz bestimmte Länge beschränkt die praktische Anwendbarkeit von Pendeltilgern. Kurze Pendel mit einigen wenigen Zentimetern Länge können nicht benützt werden, da sie nicht genügend grosse Auslenkungen aufnehmen können. Lange Pendel von einigen Metern andererseits brauchen viel Platz, der meistens nur in Pylonen, Kaminen oder Hochhäusern vorhanden ist. Es gibt aber Konstruktionen, die diese Einschränkungen überwin-

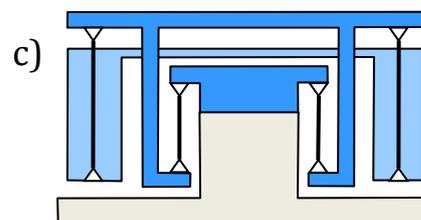
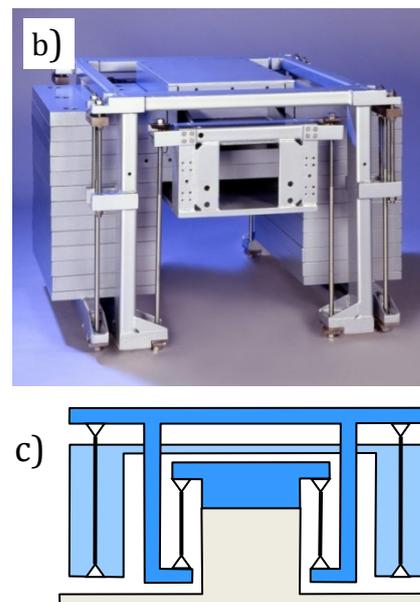


Abbildung 10: Vertikaltilger, a) Hotel Burj-al-Arab, Dubai [6], b) Millennium Bridge London [6], c) Schema zusammengesetzter Tilger.

den können. Frequenzen, die zu sehr kurzen Pendeln führen würden, können durch Konstruktionen aus längeren Pendeln mit zusätzlichen Federn realisiert werden. Dieses Prinzip ist in Abbildung 9a) schematisch gezeichnet. Lange Pendel, die für tiefere Frequenzen nötig sind, können als zusammengesetzte Pendel konstruiert werden, wie schematisch in Abbildung 9b) dargestellt. In der praktischen Ausführung sieht das dann so aus, wie in Abbildung 10 gezeigt. Das zusammengesetzte Pendel in Abbildung 10b) ist nicht auf den ersten Blick verständlich, weshalb eine erklärende Skizze beigefügt wurde.

Ausser in ganz einfachen Fällen müssen Tilger für jede Anwendung individuell konstruiert werden, da Platz- und Einbauverhältnisse bei jedem Bauwerk wieder anders sind [6].

Abstimmung und Testverfahren

Um seine volle Wirkung zu entfalten, muss die Eigenfrequenz und Dämpfung eines Tilgers richtig eingestellt werden. Wenn möglich erfolgt die Abstimmung am Tilger, bevor er eingebaut wird, basierend auf einer gemessenen Eigenfrequenz der Struktur. Eine Schwierigkeit bei der Einstellung kommt vom Steifigkeitsanteil des Dämpfers, der zur Folge hat, dass eine Änderung der Dämpfung meistens auch eine Änderung der Eigenfrequenz mit sich bringt. Eine andere Schwierigkeit wird durch die hohe Dämpfung des Tilgers verursacht, die ohne weiteres 10% betragen kann (Abbildung 3b). Diese bringt es mit sich, dass der Tilger nur schwer anzuregen ist, und dass die freie Schwingung nach wenigen Zyklen ausgedämpft ist. Eine Anregung von Hand ist daher oft sogar bei kleinen Tilgern nicht möglich. Zwei praktische Lösungen werden in Abbildung 11 gezeigt. In einem Fall wird der Tilger auf einem Hubstapler durch eine rasche Absenkung und mit plötzlichem Anhalten in Bewegung versetzt (Abbildung 11a). Grössere Tilger können durch Hüpfen mit Abspringen angeregt werden (Abbildung 11b). Wichtig ist in jedem Fall, dass nur die freie Schwingung ohne Krafteinwirkung zur Bestimmung der Eigenfrequenz und Dämpfung verwendet wird.

Für die Anregung von Fussgängerbrücken kommen in erster Linie Personen in Frage, die gehen, joggen oder hüpfen. Damit kann die Antwort auf solche Einwirkungen direkt gemessen werden. Für die Bestimmung von Eigenfrequenzen oder für eine Tilgerabstimmung ist eine Anregung durch Personen jedoch nicht geeignet, da die aufgebrachte Kraft unbekannt ist, ausser man beschränkt sich auf den Ausschwingvorgang, wo keine Kraft wirkt. Die einfachste Anregung zur Bestimmung der Eigenfrequenz einer Brücke ist ein fallender Sandsack (Abbildung 12a). Dieser verursacht einen Stoss, der ein breites Frequenzspektrum abdeckt. Eigenfrequenzen können somit über ein Fourier-Spektrum gefunden werden. Für eine Tilgerabstimmung reicht jedoch die aufgebrachte Energie oftmals nicht. Eine genauere Identifikation einer Brücke kann durch

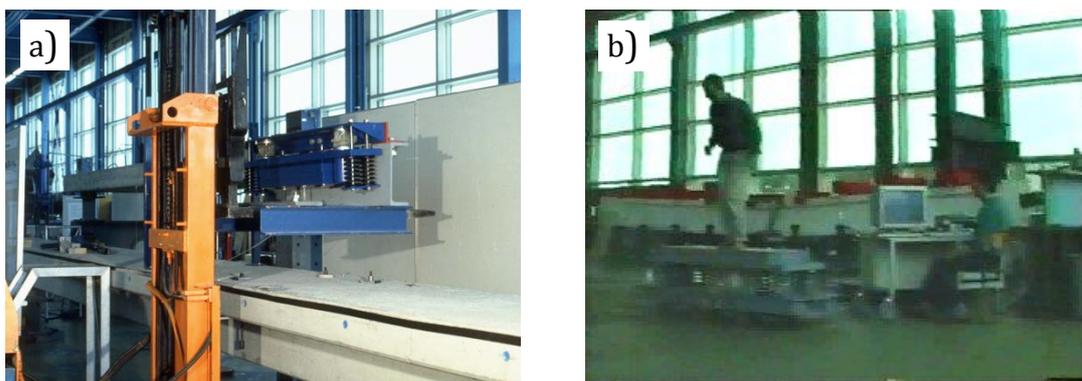


Abbildung 11: Tilgerabstimmung im Labor, a) mit Hubstapler, b) durch Hüpfen.

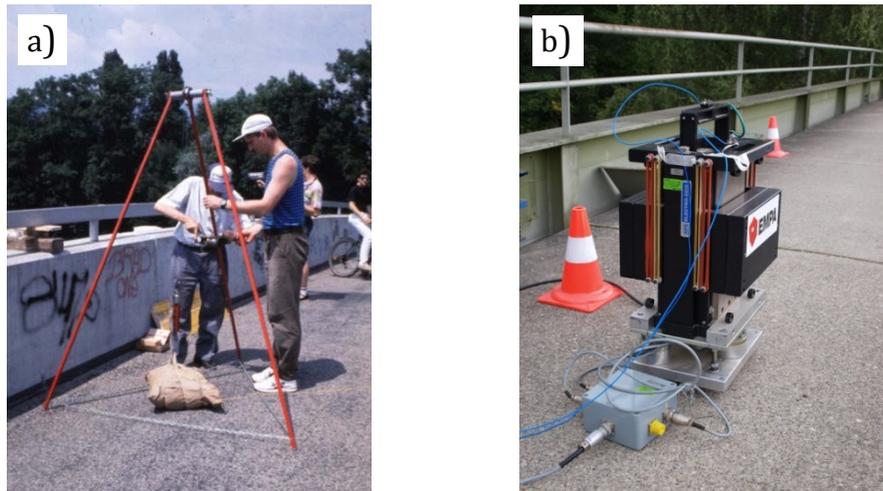


Abbildung 12: Anregung einer Brücke, a) Fallversuch mit Sandsack, b) elektromagnetischer Schwingungserreger.

einen hydraulischen oder elektromagnetischen Schwingungserreger erfolgen (Abbildung 12b). Hier kann auch die Anregungskraft gemessen werden, um eine Systemidentifikation durchzuführen. Bewährt hat sich eine Breitbandanregung für eine erste Bestimmung der Eigenfrequenzen, gefolgt von einer harmonischen Anregung bei ausgewählten Frequenzen. Mit der Breitbandanregung kann in einem einzigen Versuch ein ganzes Übertragungsspektrum bestimmt werden, wobei allerdings die Schwingungsamplituden entsprechend klein bleiben, da die Anregungsenergie auf das ganze Frequenzband verteilt wird. Mit einer gezielten harmonischen Anregung können grössere Schwingungsamplituden erreicht werden, die eher der tatsächlichen Nutzung entsprechen, wodurch auch nichtlineare Effekte erfasst werden können. Eine einzelne Messung ergibt allerdings nur einen Punkt im Spektrum, sodass eine grössere Anzahl Versuche nötig ist.

Abbildung 13a) zeigt ein Beispiel für eine Übertragungsfunktion (Bsp. Balkenbrücke, siehe unten) berechnet aus der gemessenen Kraft als Input und der gemessenen Beschleunigung als Output. Die Übertragungsfunktion hat den gleichen Verlauf wie der dynamische Vergrößerungsfaktor, ist aber nicht mit der statischen Steifigkeit skaliert. Durch Division mit ω^2 wurde die Übertragungsfunktion der Beschleunigung auf eine solche der Verschiebung umgerechnet. Die Übertragungsfunktion aus der Breitbandanregung wurde über Korrelationsfunktionen berechnet, jene aus harmonischer Anregung direkt durch Division der Output- und Input-Amplituden.

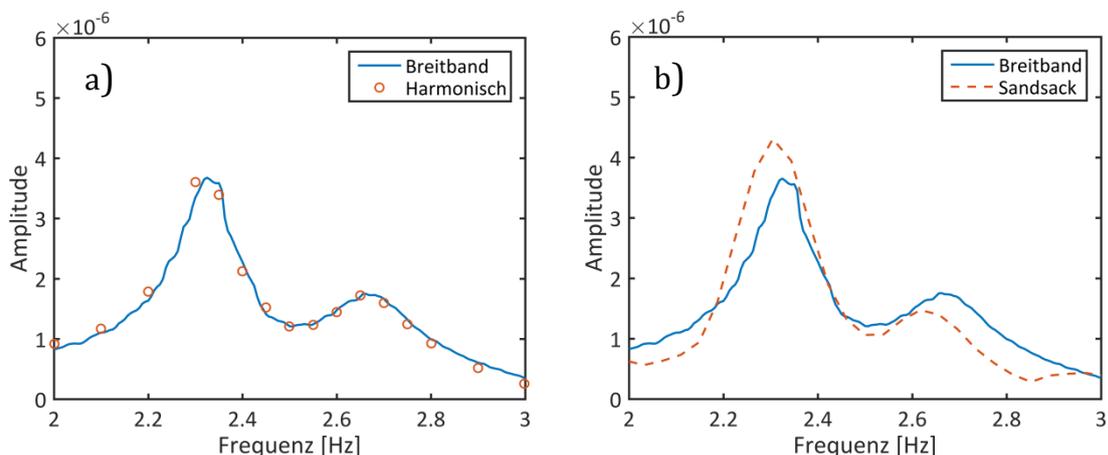


Abbildung 13: Übertragungsfunktion, b) Vergleich Breitbandanregung und harmonische Anregung, a) Vergleich Sandsack und Breitbandanregung.

Obwohl die Amplituden bei der Breitbandanregung viel kleiner sind, ist die Übereinstimmung mit den einzelnen Punkten aus der harmonischen Anregung in diesem Beispiel sehr gut, was zeigt, dass in diesem Fall kein nichtlinearer Einfluss besteht. Aus dem Verlauf der Kurve wird aber auch klar, dass in diesem Fall der Tilger nicht optimal abgestimmt ist, da die beiden Peaks ungleich hoch sind.

Für die Anregung durch den fallenden Sandsack wurde eine Leistungsspektraldichte (Power Spektral Density) berechnet. Um eine Verschiebegrösse zu erhalten, wurde die Quadratwurzel genommen und ebenfalls durch ω^2 dividiert. In diesem Falle handelte es sich um eine eher leichte und schwach gedämpfte Brücke, sodass die Energie des aufprallenden Sandsackes offenbar ausreichte, um eine brauchbare Übertragungsfunktion zu erzeugen. Da die Kraft nicht gemessen wurde, kann nur eine Vergleichsgrösse berechnet werden. Mit einer entsprechenden Skalierung ergibt sich eine ähnliche Übertragungsfunktion wie bei den andern Anregungsarten.

Beispiele

Im Folgenden werden drei Beispiele aus der Praxis gezeigt, die relativ gut untersucht worden sind und die auch zeigen, dass die Verhältnisse in der Anwendung nicht immer so einfach sind wie in der Theorie.

Balkenbrücke

Das erste Beispiel ist eine Balkenbrücke, die aus zwei stählernen Längsträgern besteht, die mit Querträgern versteift sind (Abbildung 14). Sie weist vier Felder auf, wobei das Hauptfeld eine Spannweite von 25.1 m hat. Die Gehplatte besteht aus vorfabrizierten Betonplatten, die mit Gummilagern auf der Stahlkonstruktion gelagert sind. Diese Auflagerung bewirkt, dass die Betonplatten nur als Masse wirken und weder zur Steifigkeit noch zur Dämpfung beitragen. Wegen ihrer für eine Stahlbrücke typischen sehr kleinen Dämpfung konnte die Brücke durch Fussgänger in starke Schwingungen versetzt werden. Zusätzlich führten Luftdruckstösse verursacht durch unten durchfahrende Lastfahrzeuge zu unangenehmen Schwingungen. Zur Abminderung der Schwingungen wurden im August 1990 in der Mitte des Hauptfeldes zwei Schwingungstilger in die seitlichen Längsträger eingebaut und mit Stahlabdeckungen vor der Witterung geschützt (Abbildung 15a und b). Die Masse der Tilger, die von vier Gewindestangen geführt und auf Stahlfedern gestützt ist, beträgt je 175 kg. Die Energiedissipation erfolgt über zwei Dämpfer, die aus einem mit Silikonöl gefüllten, zylindrischen Behälter bestehen, in dem ein Stab eingetaucht ist (Abbildung 15a).



Abbildung 14: Balkenbrücke Gesamtansicht.



Abbildung 15: Balkenbrücke, a) im Längsträger eingebauter Schwingungstilger, b) Abdeckung des Tilgers.

Zur Auslegung der Tilger wurden die Grundfrequenz und die Dämpfung der Brücke experimentell bestimmt. Aus einem Frequenzspektrum wurde die Frequenz $f_B = 2.46$ Hz herausgelesen. Die modale Dämpfung von 0.2 – 0.4 % wurde mit Ausschwingversuchen ermittelt. Die modale Masse der ersten Eigenschwingung wurde hingegen analytisch mit einem Balkenmodell abgeschätzt, das aus dem Hauptfeld und zwei gleich langen Nebefeldern bestand. Die Modalform wurde aus Sinus-Funktionen konstruiert, die über die Auflager eine kontinuierliche erste Ableitung besaßen. Die Schätzung ergab eine modale Masse von $m_B = 30'500$ kg. Mit diesen Größen wurden die Tilger gemäss den Formeln von Den Hartog, d.h. ohne Berücksichtigung der modalen Dämpfung, ausgelegt. Die gesamte Tilgermasse von 350 kg ergab ein Massenverhältnis von $\mu = 1.15$ %. Die daraus resultierende Tilgerfrequenz und Tilgerdämpfung betrug $f_T = 2.43$ Hz bzw. $\zeta_T = 6.5$ %. Die Feinabstimmung der Tilger erfolgte im Labor.

Um die Wirksamkeit der Tilger zu verifizieren, wurden Beschleunigungen aus Anregung durch Fussgänger gemessen. Zusätzlich wurden Vergleichsmessungen mit blockierten Tilgern durchgeführt. Bei einer Anregung durch Hüpfen einer Person in der Mitte der Brücke wurden bei blockierten Tilgern Beschleunigungen bis zu 9.0 m/s² gemessen (Abbildung 16). Allerdings wurde dieser Wert erst nach längerer Anregungszeit mit einer durch ein Metronom konstant gehaltener Anregungsfrequenz erreicht. Mit freien Tilgern wurde dieser Wert um einen Faktor 19 verringert. Maximalwerte der Beschleunigung für verschiedene Anregungsarten durch eine Person sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Mit Tilgern wurden alle Schwingungen unter einen zulässigen Wert von 0.5 m/s² gebracht.

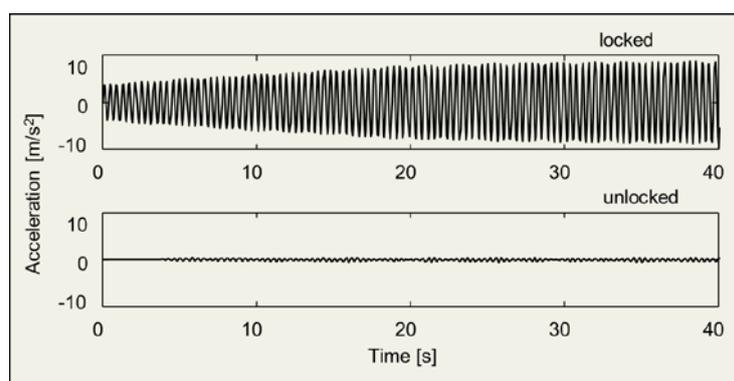


Abbildung 16: Beschleunigung Balkenbrücke unter Hüpfanregung mit blockierten und mit freien Tilgern.

Tabelle 1: Beschleunigung der Balkenbrücke bei Anregung durch eine Person.

Anregung	Beschleunigung [m/s ²]		Verhältnis
	Blockiert	Frei	
Hüpfen	9.0	0.48	19
Gehen	1.2	0.24	5
Laufen	1.7	0.59	2.9

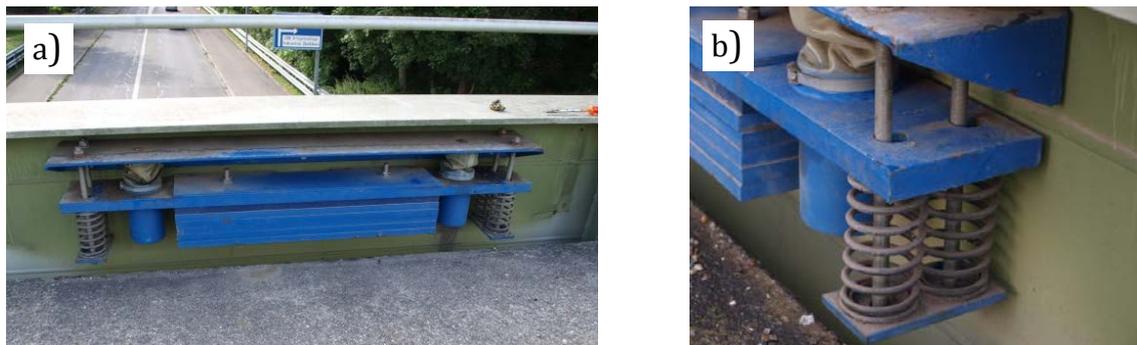


Abbildung 17: Tilger in Balkenbrücke nach 20 Jahren, a) Übersicht, b) Detail.

Eine oft gestellte Frage ist die nach dem Langzeitverhalten von Tilgern. Eine visuelle Inspektion der Balkenbrücke nach 20 Jahren zeigte, dass die Tilger etwas verstaubt waren und ein wenig Rost angesetzt hatten, aber kaum Verschleisserscheinungen aufwiesen (Abbildung 17).

Um festzustellen, ob die Tilger immer noch wirksam waren, wurden auch neue dynamische Versuche durchgeführt, wobei von den besseren Möglichkeiten der Versuchsmethoden gegenüber früher Gebrauch gemacht wurde. Mit einem elektrodynamischen Schwingungserreger (Abbildung 12b) wurden Kräfte bis zu 400 N aufgebracht. Die Anregung erfolgte sowohl als harmonische Anregung wie auch als breitbandiges Rauschen. Mit den Messungen aus Breitbandanregung konnten die Parameter des Zweimassenschwingers mit Hilfe der Systemidentifikation bestimmt werden. Dies ist zwar im Allgemeinen nicht nötig, kann aber interessante Zusatzinformationen geben [3]. So wurde festgestellt, dass die modale Masse nicht wie ursprünglich angenommen 30'500 kg sondern lediglich 17'000 kg betrug. Dies konnte nachträglich durch eine Finite-Elemente-Berechnung bestätigt werden. Zudem wurde eine leicht grössere Tilgermasse (380 kg) identifiziert als jene, die ursprünglich spezifiziert wurde. Dadurch war auch das Massenverhältnis viel besser als angenommen ($\mu = 2.2\%$ statt $\mu = 1.15\%$). Andererseits war die Tilgerfrequenz nicht optimal und variierte sogar mit der Temperatur. Die Amplituden des Zweimassenschwingers im Sommer und im Winter sind in Abbildung 18 mit jenen eines optimal abgestimmten Tilgers verglichen. Um den dynamischen Vergrößerungsfaktor zu erhalten, wurden die Übertragungsfunktionen mit der statischen Steifigkeit skaliert, die aus der Systemidentifikation gefunden wurde.

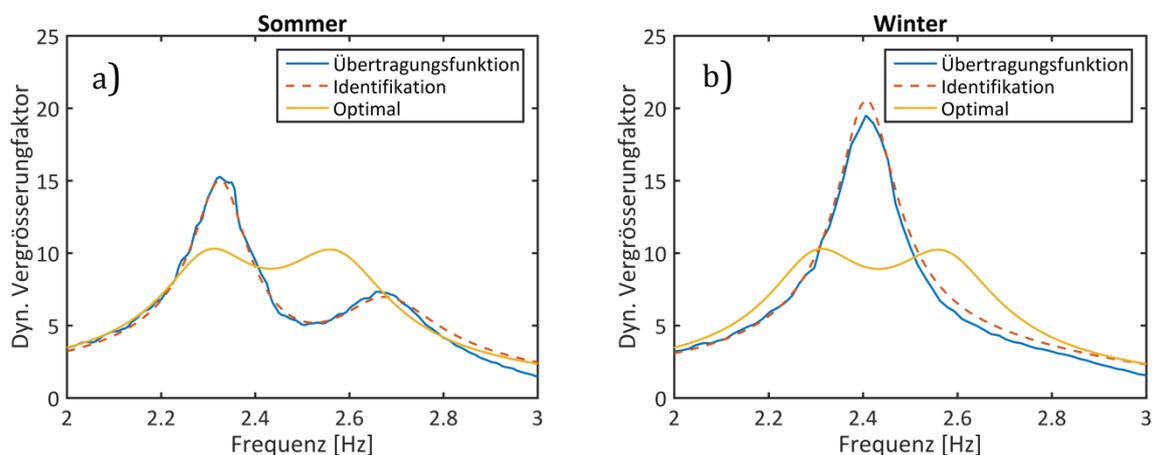


Abbildung 18: Vergrößerungsfaktor Balkenbrücke a) Sommer, b) Winter.



Abbildung 19: Schrägseilbrücke.

Schrägseilbrücke

Das zweite Beispiel ist eine Schrägseilbrücke aus Stahl mit einer Hauptspannweite von 45 m (Abbildung 19). Der Querschnitt besteht aus einem Hohlkasten mit einer Breite von 3.1 m (Abbildung 20a). Der Tilger wurde bereits in der Planungsphase mitberücksichtigt und nach Fertigstellung der Brücke im Juli 1992 im Hohlkasten eingebaut (Abbildung 20b). Der Tilger besteht aus einer Masse von 1000 kg, die auf 4 Federn gelagert und mit 4 Dämpfern ausgerüstet ist (Abbildung 20c). Die Dämpfer basieren auf dem gleichen Bauprinzip wie die Dämpfer, die in den Tilgern der Balkenbrücke eingebaut wurden.

Die Grundfrequenz und die modale Dämpfung der Grundschwingung wurden mit Versuchen an der fertig erstellten Brücke bestimmt und betragen $f_B = 2.12 \text{ Hz}$ bzw. $\zeta_B = 0.5 \%$. Die modale Masse, $m_B = 23'000 \text{ kg}$, wurde mit einem Finiten Element Modell ermittelt. Die Tilgermasse von 1000 kg ergab daher ein Massenverhältnis von $\mu = 4.35 \%$. Die aus den Formeln von Den Hartog berechneten Tilgerfrequenz und Tilgerdämpfung betragen $f_T = 2.03 \text{ Hz}$ bzw. $\zeta_T = 12.5 \%$. Die Feinabstimmung der Tilger erfolgte wiederum im Labor.

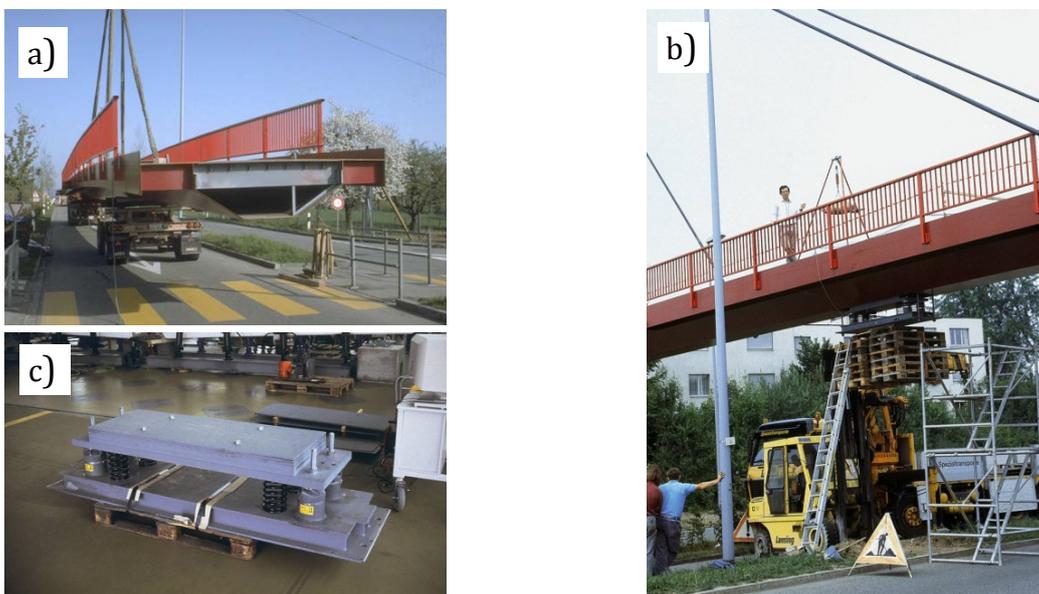


Abbildung 20: Schrägseilbrücke, a) Tilger, b) Brückenkasten, c) Einbau

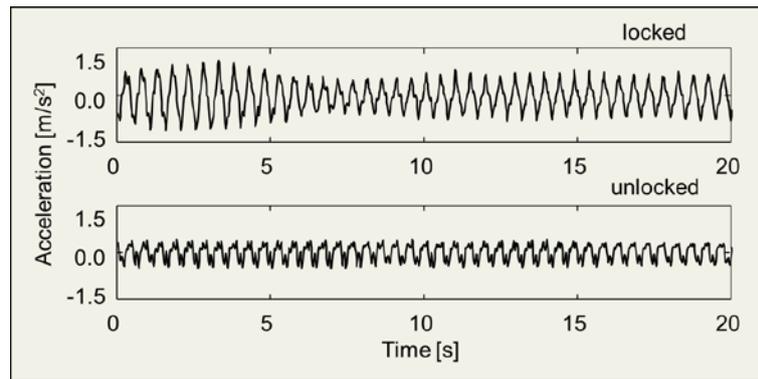


Abbildung 21: Beschleunigung der Schrägseilbrücke unter Anregung Hüpfanregung mit blockiertem und mit freiem Tilger.

Auch bei dieser Brücke wurden nach dem Einbau des Tilgers dynamische Versuche mit Anregung durch Personen durchgeführt und die Schwingungen mit freiem und mit blockiertem Tilger gemessen. Der Vergleich bei Anregung durch eine hüpfende Person ist in Abbildung 21 dargestellt. Diese Messung bestätigt, dass der Tilger funktionierte, aber die Reduktion der Schwingungen war weit weniger dramatisch als bei der Balkenbrücke. Der Grund liegt darin, dass bereits ohne Tilger eine Dämpfung von rund 0.5% vorhanden war. Immerhin konnte der Maximalwert von 1.1 m/s² auf einen zulässigen Wert unter 0.5 m/s² reduziert werden. Bei einer Anregung durch Laufen war der Effekt des Tilgers noch kleiner, wie aus Tabelle 2 ersichtlich ist.

Tabelle 2: Beschleunigung der Schrägseilbrücke bei Anregung durch eine Person.

Anregung	Beschleunigung [m/s ²]		Verhältnis
	Blockiert	Frei	
Hüpfen	1.1	0.45	2.4
Laufen	0.45	0.3	1.5

Auch diese Schrägseilbrücke wurde nach 20 Jahren nochmals getestet [4,5]. Die Eigenfrequenz der Brücke und die Schwingungswerte waren durchaus mit jenen von früher vergleichbar, aber es gab auch hier einen Unterschied zwischen Sommer und Winter. Eine genaue Systemidentifikation war nicht möglich, da der Tilger für eine Installation eines Beschleunigungsaufnehmers nicht zugänglich war.

Drei weitere dynamische Tests erfolgten im Rahmen einer Instandsetzung im Jahre 2013, bei der der Dünnschichtbelag durch einen Belag aus Gussasphalt ersetzt wurde [3]. Dieser Belag hat die Eigenfrequenz der Brücke nicht nur durch seine Masse verändert, sondern hatte auch zur Folge, dass diese temperaturabhängig wurde. Zusammen mit der Temperaturabhängigkeit der Tilgerfrequenz ergibt sich ein recht komplexes Verhalten. Nach entfernen des Dünnschichtbelags und der Instandsetzung des Pylons wurde eine Eigenfrequenz von 2.03 Hz gemessen. Nach Einbau des Belags betrug die Eigenfrequenz zwischen 1.69 Hz und 1.77 Hz, je nach Belagtemperatur. Die Variation der Frequenz ist nicht so gross wie ursprünglich vermutet, da ein grosser Teil der Steifigkeit von den Schrägseilen kommt und weitgehend temperaturunabhängig ist. Die effektive Dämpfung mit Einbezug der Tilgerwirkung wurde über einen Temperaturbereich des Asphalts zwischen 0°C und 40°C gemessen und zeigte einen konstanten Wert von 2.5% mit einer Streuung von 0.5%. Dieser Wert liegt weit unter dem erwarteten Wert von mindestens 7% bei einer optimalen Abstimmung und einem Massenverhältnis von $\mu = 4.35\%$. Trotzdem verhält sich die Brücke immer noch zufriedenstellend wie eine Messung anlässlich eines Events am na-



Abbildung 22: Fussgänger auf Schrägseilbrücke anlässlich eines Events

hegelegenen Flughafen Zürich (Abflug der Antonov An-225) ergab. Bei einer ausserordentlich hohen Fussgängerdichte (Abbildung 22) wurde im Hauptfeld eine maximale Beschleunigung von 0.4m/s^2 gemessen, ein Wert, der immer noch unter einem zulässigen Wert von 0.5 m/s^2 liegt.

Sprungturm

Als drittes Beispiel wird hier ein Sprungturm beschrieben, der durch mutwilliges Rütteln am Gelände der oberen Plattform in beträchtliche Schwingungen versetzt werden konnte (Abbildung 23a). Die Schwingungsrichtung war hauptsächlich horizontal, hatte aber auch eine vertikale Komponente (Abbildung 23b). Am effektivsten wäre ein Tilger mit ebenfalls einer schrägen Bewegungsrichtung gewesen, was aber als kaum realisierbar erachtet wurde. Deshalb wurde ein horizontaler Tilger gewählt.

Die Eigenfrequenz des Sprungturms wurde experimentell ermittelt und betrug je nach Schwingungsamplitude $2.6 - 2.7\text{ Hz}$. Die Variation der Eigenfrequenz resultierte aus Rissen im Beton, die sich bei grösseren Verschiebungsamplituden öffneten. Als Teil der Sanierung wurden die Risse ausinjiziert, womit die Eigenfrequenz auf $2.7 - 2.9\text{ Hz}$ angehoben wurde. Für die Tilgerauslegung wurde eine Eigenfrequenz von 2.8 Hz angenommen. Die Dämpfung betrug $1.5\% - 2\%$. Es wurde eine Tilgermasse von 335 kg gewählt, was, basierend auf einer modalen Masse in horizontaler Richtung von 12000 kg , einem Massenverhältnis von 2.8% entspricht.

Der Tilger besteht aus einem starren Rahmen und einer an Blattfedern aufgehängten Masse (Abbildung 24a). Die Blattfedern dienen sowohl als Pendelaufhängung wie auch als Rückstellfedern. Die Federn haben eine Länge von 45 cm und ihre Steifigkeit kann durch Verschieben der Einspannplatte verändert werden, um die Eigenfrequenz einzustellen (Abbildung 24b). Ein rei-

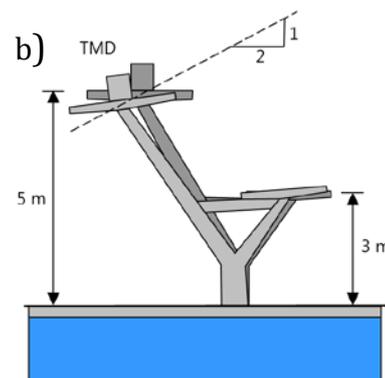


Abbildung 23: Sprungturm: a) Gesamtsicht mit Tilger, b) Ansicht mit Bewegungsrichtung

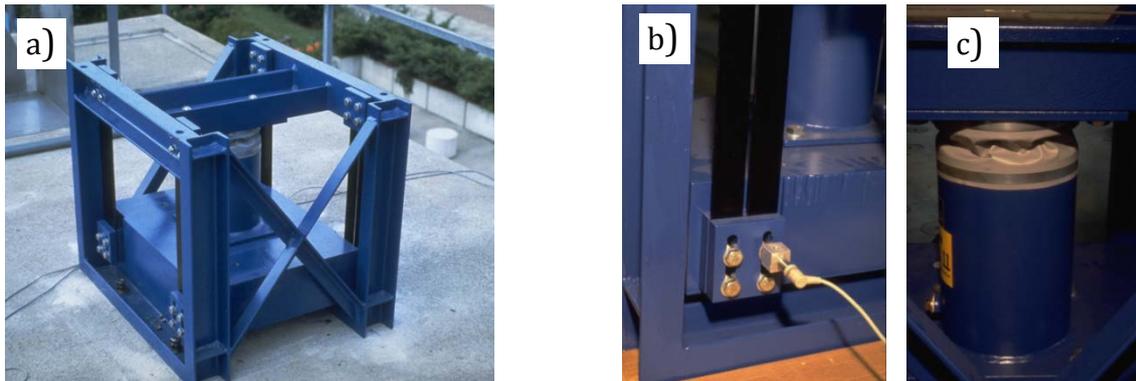


Abbildung 24: Tilger für Sprungturm, a) Gesamtsicht, b) Fixation der Aufhängung mit verstellbarer Federlänge, c) Dämpfungselement.

Das Pendel hätte nur eine Länge von nur 3.2 cm und könnte den nötigen Tilgerweg nicht mitmachen. Das Dämpfungselement besteht aus einem zylindrischen Gefäß mit Silikonöl, das die Bewegung der Masse mitmacht, und einem Stab, der in die Silikonmasse hineinragt und fest mit dem starren Rahmen verbunden ist (Abbildung 24c).

Auch hier wurden zur Verifikation Tests mit freiem und mit blockiertem Tilger durchgeführt. Horizontale Beschleunigungen infolge Rütteln durch zwei Personen sind in Abbildung 25 geplotet. Tabelle 3 zeigt die verschiedenen Schwingungsamplituden.

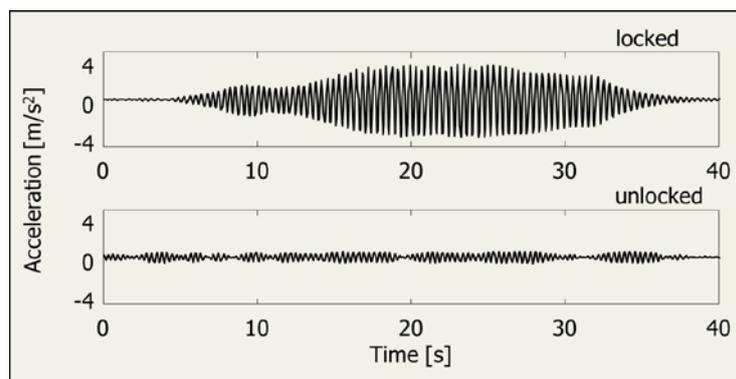


Abbildung 25: Horizontale Beschleunigung des Sprungturms bei Rütteln durch zwei Personen

Tabelle 3: Horizontale Beschleunigung des Sprungturms bei Anregung durch Personen.

Anregung	Beschleunigung [m/s^2]		Verhältnis
	Blockiert	Frei	
Hüpfen 1 Person	1.3	0.3	4.3
Rütteln 2 Personen	3.2	0.5	6.4

Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Im ersten Teil dieses Artikels wurde das Verhalten einer Struktur mit einem Tilger anhand der Dynamik des Zweimassenschwingers diskutiert und Diagramme für die Bemessung eines Tilgers präsentiert. Im zweiten Teil wurden praktische Fragen wie Konstruktion, Abstimmung und Testverfahren erläutert. Zu Schluss wurden drei Beispiele vorgestellt, die zeigen, dass eine optimale Abstimmung nicht immer erreicht wird und dass ein Bauwerk im Laufe der Zeit sein Ver-

halten ändern kann, sei es unter klimatischen Einflüssen oder durch Instandsetzungsarbeiten. Die betrachteten Tilger verhielten auch nach 20 Jahren immer noch ähnlich wie im Neuzustand, wiesen aber eine signifikante Temperaturabhängigkeit auf. Messungen bestätigten aber auch, dass Tilger selbst unter diesen nicht optimalen Bedingungen immer noch eine beträchtliche Reduktion der Schwingungen erreichen können.

Referenzen

- [1] J. P. Den Hartog, Mechanical Vibrations, Mc Graw-Hill, 1940.
- [2] H. Bachmann, B. Weber, Tuned vibration absorbers for „lively structures“, *Structural Engineering International*, Vol. 5 (1995): 31–36.
- [3] Einfluss des Asphaltbelages auf die Dynamik von Fussgängerbrücken aus Beton und Stahl, ASTRA Bericht AGB-2010/006, 2016.
- [4] G. Feltrin und B. Weber, Temperatur- und Langzeitverhalten von Schwingungstilgern bei Fussgängerbrücken, 13. *Symposium für Bauwerksdynamik und Erschütterungsmessungen*, 18. Juni 2010, Empa Dübendorf.
- [5] B. Weber, G. Feltrin, Assessment of long-term behavior of tuned mass dampers by system identification, *Engineering Structures*, Vol. 32 (2010): 3670–3682.
- [6] Webseite Firma Gerb, Berlin:
<http://www.gerb.com/de/arbeitsgebiete/arbeitsgebiete.php?ID=140&kategorie=15>