Erschütterungen durch Eisenbahnen: Von der Simulation zur Prognose

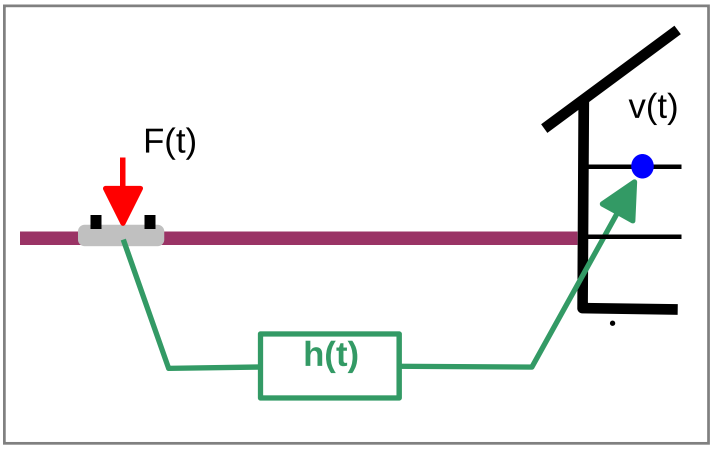
Dr.M.Ringger
Gruner AG, Basel

1 Einleitung

Da die rein rechnerische Prognose von Erschütterungen durch Züge mit grossen Unsicherheiten behaftet ist (unbekannter bzw. unklarer Untergrund, unbekanntes Verhalten von Liegenschaften) werden vermehrt Simulationen durchgeführt. Das Vorgehen ist dabei wie folgt:

- Simulation zum Bestimmen der Erschütterungs-Uebertragung von Quell-Punkten zu Empfangs-Punkten mit Hilfe künstlicher Quelle
- Prognose der Erschütterungen aufgrund der Kraft-Spektren der zukünftigen Züge

Beim Durchführen einer solchen Simulation am Gotthard-Basistunnel wurden Erfahrungen gemacht, die von allgemeinem Interesse sein dürften. Es zeigte sich aber auch, dass Verebesserungen nötig sind. Eine Grafik veranschaulicht das Problem:



Die Kraft $F(t)$ wirkt auf die Schwellen und die Erschütterungen werden über den Untergrund in das Haus und auf die Decken übertragen. Die Uebertragung selbst kann sehr komplex sein: Reflexionen an Gesteinsschichten, Resonanz der Schwelle auf dem Untergrund, Resonanz des Gebäudes auf dem Untergrund und komplexe Resonanzen der Gebäudestruktur selbst. Wird die Uebertragung nicht ab initio berechnet, sondern experimentell bestimmt, sind diese Details unwesentlich. Das Ganze kann als ein geschlossenes System betrachtet werden, von dem nur die experimentell bestimmte Impulsantwort $h(t)$ von einem Quell-Punkt zu einem Empfangs-Punkt bekannt ist. Die Impulsantwort ist die Antwort auf einen Kraftstoss und sie beschreibt das System vollständig. Für eine beliebige Kraft ergibt sich dann die Erschütterung am Empfangs-Punkt durch das Faltungsintegral $v(t) = h(t) * F(t)$. Oft wird anstelle der Impulsantwort das komplexe Transferspektrum $H(f)$ verwendet, welches die Fouriertransformierte der Impulsantwort ist. Da die Fouriertransformation ein-eindeutig ist, sind $h(t)$ und $H(f)$ äquivalent.

2 Simulation zum Bestimmen der Uebertragung

Ziel der Simulation ist es , das Transferspektrum zwischen der Kraft am Quell-Punkt und dem Empfangs-Punkt zu bestimmen. Am Beispiel eines einfachen Schwingers soll das Auswerte-Verfahren zur Bestimmung des Transferspektrums gezeigt werden. Je nach Auslegung der Messung kann das Transferspektrum vollständig (kohärente Messung) oder nur unvollständig (inkohärente Messung) bestimmt werden.

Kohärente Messungen

Die Impulsantwort ist eine idealisierte Funktion, die so nicht direkt bestimmt werden kann. Dazu wäre ein unendlich kurzer Kraftstoss nötig. Anstelle dessen kann im Prinzip jedes Signal für die Kraft verwendet werden, sogar eine Beethoven-Symphonie, Weisses Rauschen oder ein Sinus-Sweep. Da aber Messungen in einer realen Umgebung durch Hintergrund-Rauschen begleitet sind, ist es wichtig, genug Energie über den ganzen interessierenden Frequenzbereich in das System einzuspeisen. Diese Bedingung erfüllt der Sinus-Sweep. Der Sinus-Sweep ist ein Sinus-Signal, das von einer Anfangs-Frequenz zu einer End-Frequenz hochgefahren wird. Der Sinus-Sweep hat spezielle Eigenschaften, die es erlauben, das Signal-Rausch-Verhältnis zu verbessern.

Das komplexe Transferspektrum $H(f)$ ergibt sich zu:

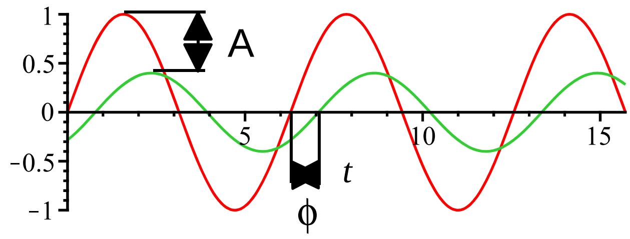
$$H(f) = \frac{S_{F,v}(f)}{S_{F,F}(f)} \tag{1}$$

mit $S_{F,F}(f)$ dem Leistungs-Autospektrum des Quell-Signals und $S_{F,v}(f)$ dem Leistungs-Kreuzkorrelationspektrum zwischen dem Quell- und dem Empfangs-Signal. Beide Spektren sind Mittelwerte über (theoretisch unendlich) viele Messungen, da sowohl das Quell-Spektrum wie auch das durch das Hintergrund-Rauschen beaufschlagte Empfangs-Spektrum stochiastisch sein können und nur die Mittelwerte bekannt sind. Die Formel (1) gilt allgemein, vor allem wenn es sich beim Quell-Signal um ein stationäres stochiastisches Signal wie Weisses Rauschen handelt. Ist das Quell-Signal ein deterministisches Signal wie ein Sinus-Sweep, kann das deterministische Quell-Signal aus der Mittelwertbildung herausgenommen und gekürzt werden. Das komplexe Transferspektrum wird dann aus dem Leistungs-Spektrums des Empfang-Signals bestimmt:

$$H(f) = \frac{S_v(f)}{S_F(f)} \tag{2}$$

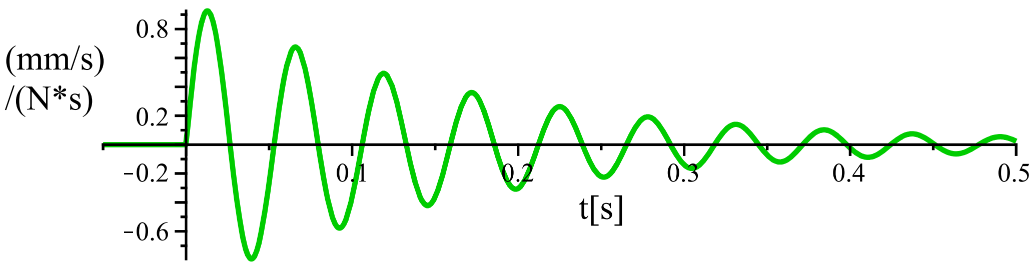
Da ein deterministisches Quellspektrum oft nicht genau reproduziert werden kann und eine deterministische Komponente besitzt, ist Gleichung (1) der Gleichung (2) vorzuziehen. Wird nur eine Messung durchgeführt, sind beide Formeln aequivalent. Durch die kohärente Mittelung wird das inkohärente Hintergrund-Rauschen weggemittelt. Kohärenz bedeutet aber nicht, dass Quell-Signal und Empfangs-Signal mit einem 2-Kanal-Analysator gemessen werden müssen. Da die internen Uhren unabhängiger Messgeräte über eine kurze Messzeit (1 Minute) genügend konstant sind, genügt eine Synchronisation am Anfang der Messung durch synchrones Auslösen der Messung. Wenn die Quelle in einem Tunnel steht, ist dies nicht einfach. Ohne Synchronisation ist die Phase zwischen Empfangs-Spektrum und Quell-Spektrum zufällig und hängt allein davon ab, wann die Messungen gestartet wurden. Ist aber das Hintergrund-Rauschen nicht zu stark, kann auch ohne Mittelung mit nur einer Messung das komplexe Transferspektrum bestimmt werden.

Das komplexe Transferspektrum beinhaltet zwei Informationen: das Verhältnis A der Amplituden von Kraft und Schnelle sowie der Phasenunterschied ϕ zwischen den Beiden:

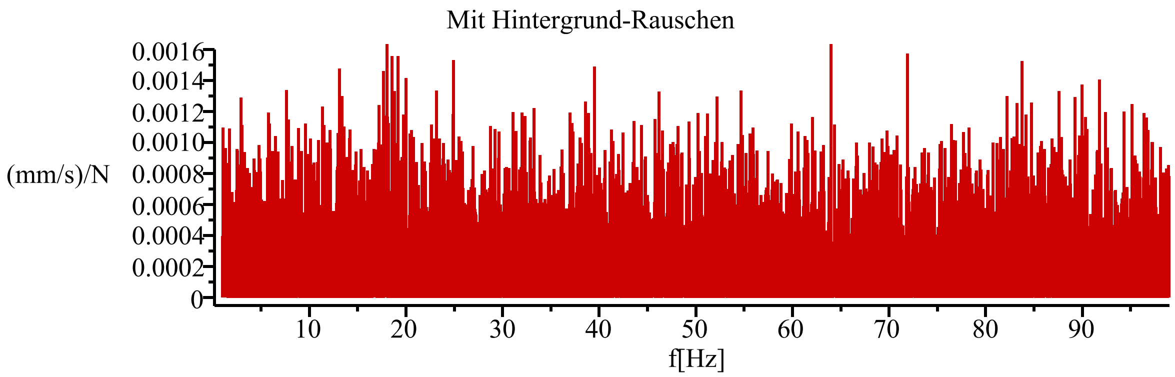


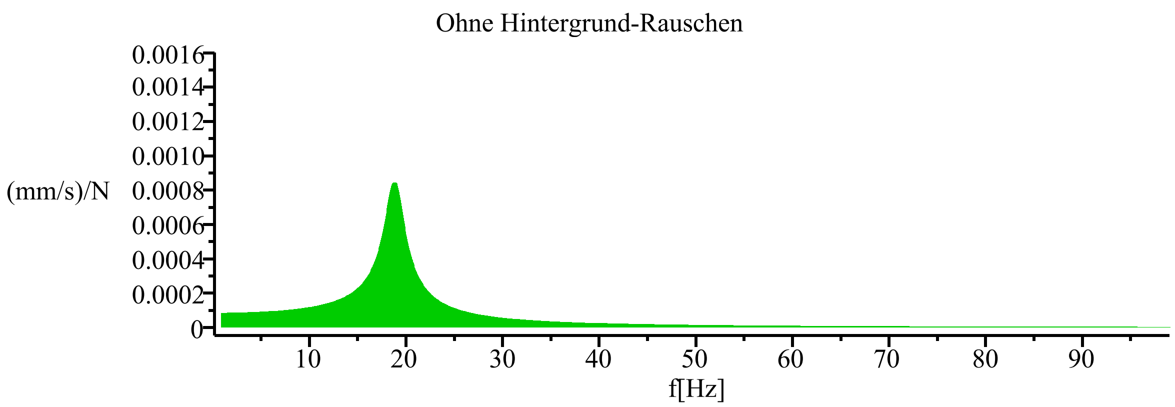
Als Beispiel sei ein einfacher, gedämpfter Schwinger mit einer Resonanzfrequenz von $f_0 = 6 \cdot \pi$ Hz und einer Dämpfung (Lehr'sches Dämpfungsmass) von D = 0.05 gegeben. Die Impulsantwort für den Einheitsimpuls ist:

$$h(t) = \text{Heaviside}(t)\, e^{-2 D \pi f_0 t} \sin\left(2 \pi f_0 t\right) \quad \mathbf{(3)}$$



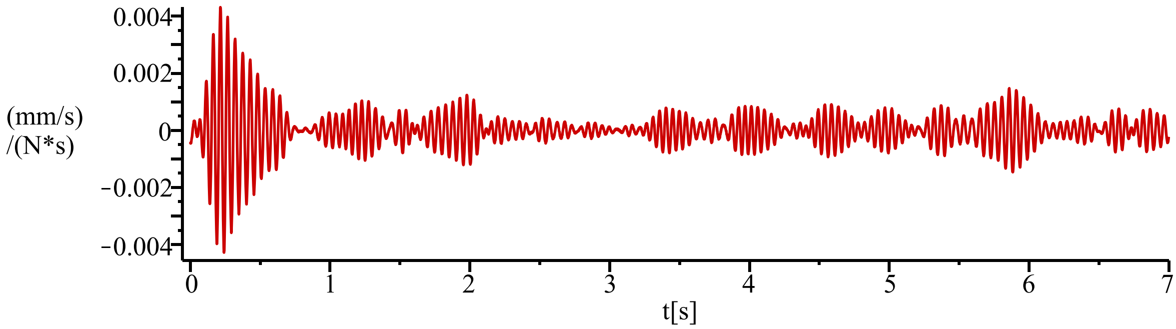
Die Funktion Heaviside(t) ist für $t < 0$ Null und für $t > 0$ Eins. Sie stellt sicher, dass die Impulsantwort für $t < 0$ Null ist, da kein kausales System antworten kann, bevor die Anregung erfolgte. Um das vollständige Transferspektrum zu bestimmen, muss das Quell-Signal und das Empfangs-Signal kohärent gemessen werden. Die Auswertung sei nun am Beispiel des einfachen Schwingers mit einen Sinus-Sweep von 0 bis 100 Hz in 20" gezeigt. Ein weisses Hintergrund-Rauschen von ähnlicher Stärke wie das ungestörte Empfang-Signals soll die Messung stören. Der Betrag des Transferspektrums ist:





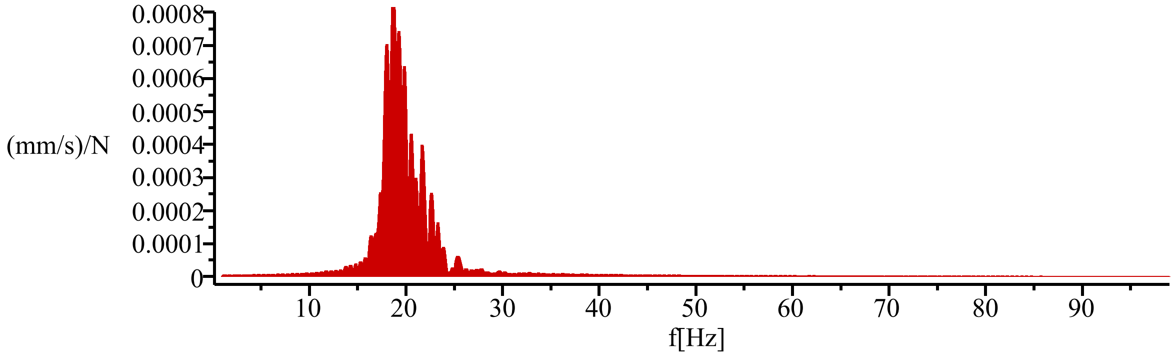
Wie man den obigen Grafiken entnehmen kann, maskiert das Hintergrund-Rauschen das Transferspektrum stark. Ist man nur am Transferspektrum in einem schmalen Band interessiert, z.B. ein Terzband, kann mit einem speziellen Verfahren das Signal-Rauschverhältnis verbessert werden. Dazu wird die bandgefilterte Impulsantwort berechnet (im Beispiel des 20 Hz Terzband):

Mit Hintergrund-Rauschen

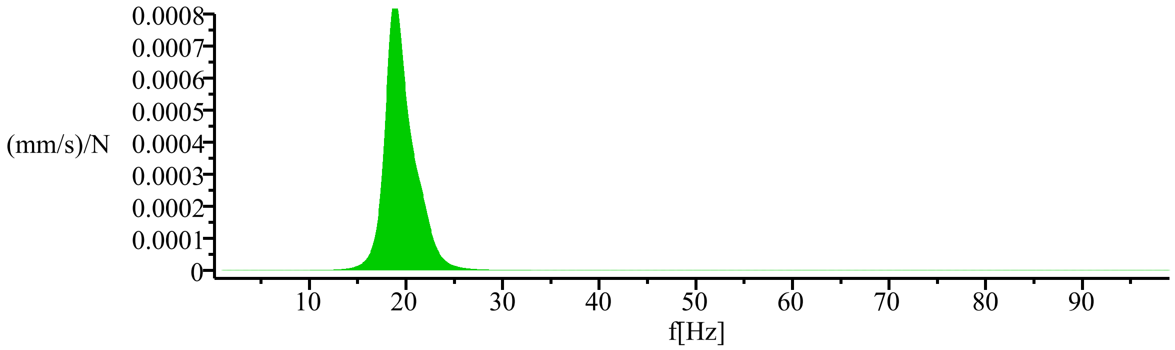


Der erste Teil ist die eigentliche Impulsantwort, während der ganze Rest hauptsächlich dem Hintergrund-Rauschen zuzuordnen ist. Dieses Hintergrund-Rauschen kann mit einem Zeit-Fenster abgeschnitten werden. Im vorliegenden Fall genügen die ersten 2.0 s für die ungestörte Impulsantwort. Nach der Rücktransformation liegt folgendes Transferspektrum im Vergleich zum Originalspektrum ohne Hintergrund-Rauschen vor:

Mit Hintergrund-Rauschen und Zeit-Fenster



Ohne Hintergrund-Rauschen



Das Verfahren verbessert das Signal-Rausch-Verhältnis um

$$10 \cdot \log\left(\frac{T}{\Delta t}\right)$$

mit T der Sweep-Zeit und Δt der Breite des Zeit-Fensters. Mit $T = 20''$ und $\Delta t = 2.0''$ ergibt sich eine Verbesserung um etwa 10 dB. Die numerischen Werte für das durchschnittlichen Transferspektrums sind (Originalspektrum ohne Hintergrund-Rauschen, Spektrum mit Hintergrund-Rauschen, Spektrum mit Hintergrund-Rauschen und Zeit-Fenster in (mm/s)/N):

.00053, .00062, .00052 **(4)**

In dB ergibt dies für das 20 Hz Terband: $\mathbf{120.5}\,\boldsymbol{dB}\,re\,\dfrac{5\cdot 10^{-5}\cdot \frac{mm}{s}}{10^{5}\cdot N}$.

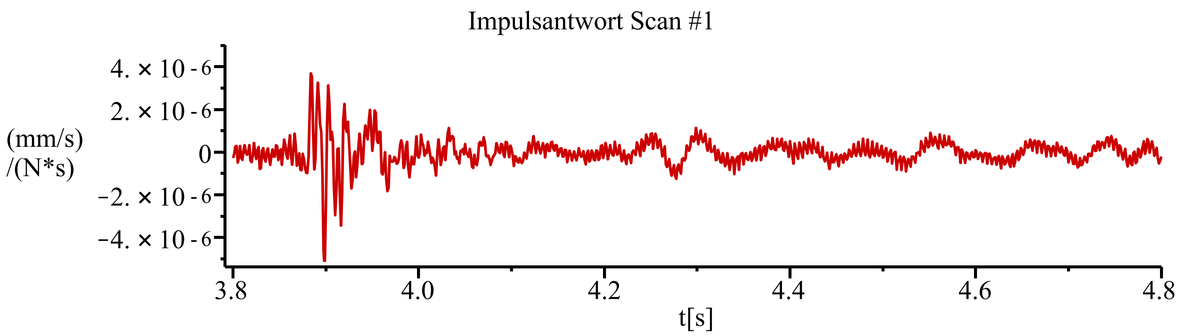
Werden kohärente Messungen durchgeführt, dann wächst bei der Summation das ungestörte Empfangs-Signal linear mit der Anzahl n der Messungen, während der RMS des Hintergrund-Rauschens nur mit der Wurzel der Anzahl Durchläufe zunimmt. Nach Division mit n zur Mittelung wird das Signal-Rausch-Verhältnis um weitere

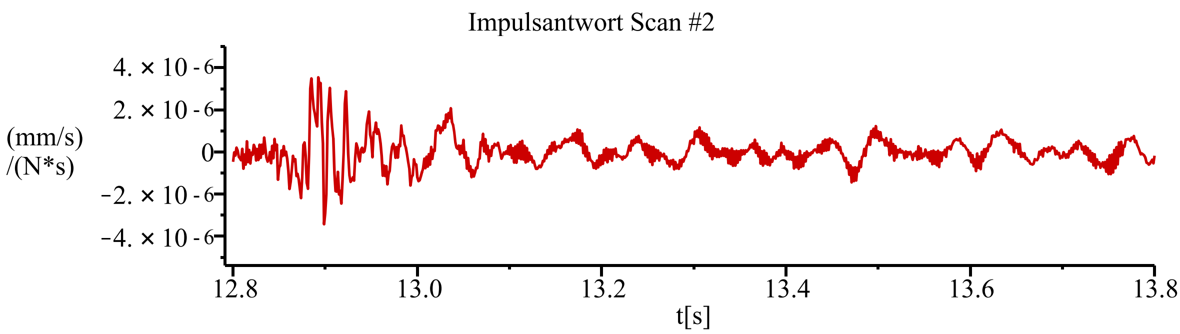
$$10\cdot\log(n)$$

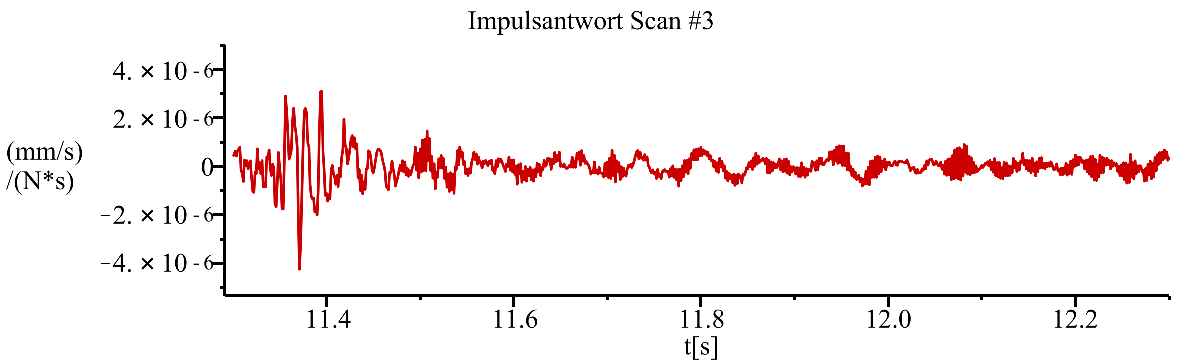
verbessert.

Beispiel

Anbei ein konkretes Beispiel. Im Gotthard Basis-Tunnel wurden VibroScan Messungen durchgeführt. Drei gleiche Scans von 5 bis 95 Hz ergaben folgende unkorrelierten Impulsantworten:

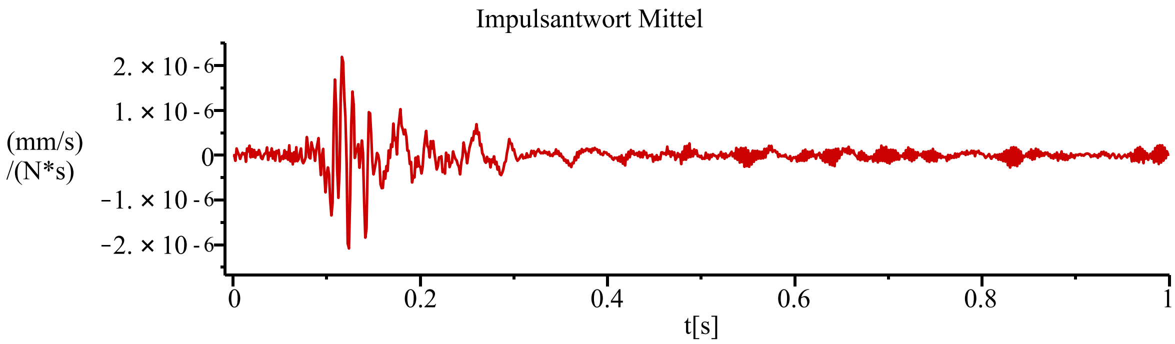




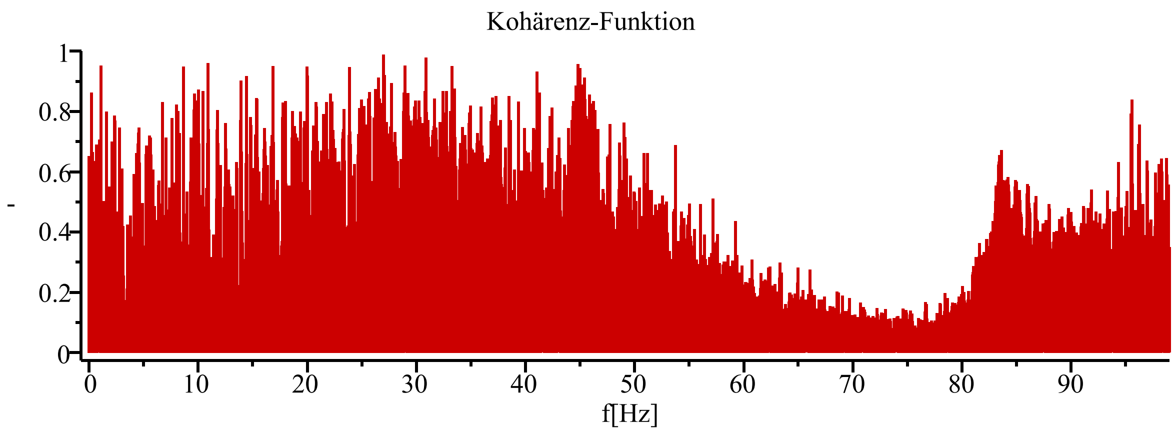


Man kann nun versuchen, nachträglich die drei Mesungen zu korrelieren. So kann man annehmen, dass die betragsmässig grösste Spitze allein der Impulsantwort geschuldet ist und diese zum Bestimmen der Zeit-

Verschiebung zu verwenden. Daraus ergibt sich folgende Impulsantwort:



Die Kohärenzfunktion $\gamma^2_{F,v}(f)$ ist ein Mass für die Qualität der Mittelung. $\gamma^2 = 0$ bedeutet keine Kohärenz d. h. ein rein zufälliges Ergebnis, $\gamma^2 = 1$ bedeutet, dass das Empfangs-Signal zu 100% druch das Quell-Signal bestimmt ist. Für die obigen 3 Messungen ist die Kohärenz-Funktion:

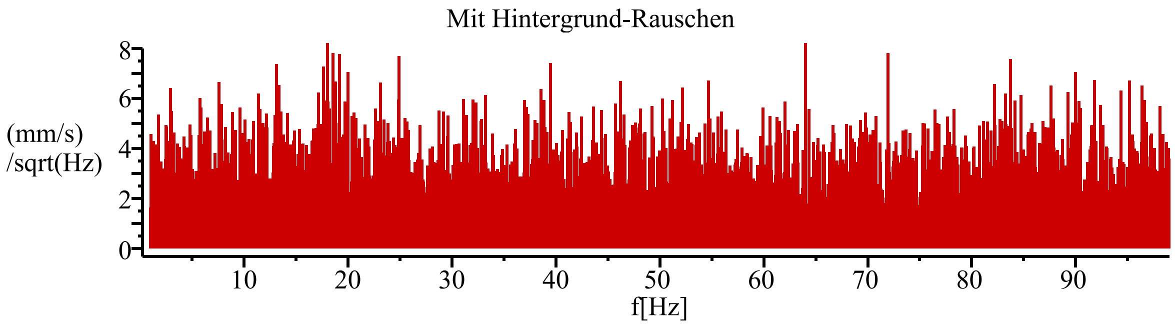


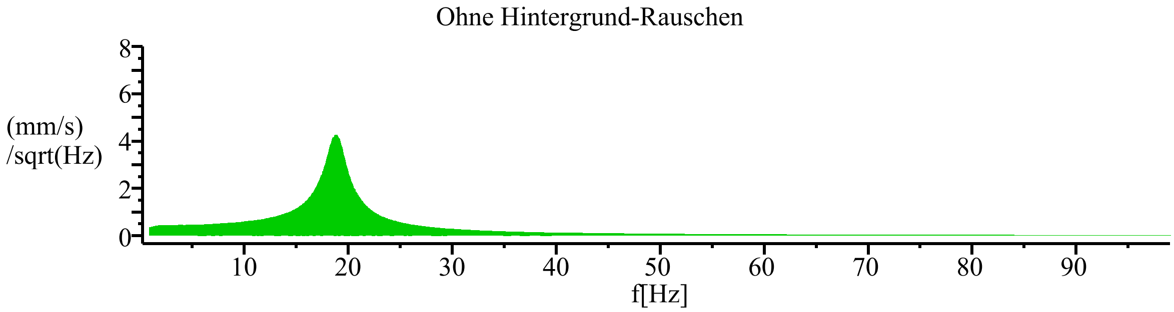
Inkohärente Messung

Wenn die Phase zwischen dem Quell-Signal und dem Empfangs-Signal sowohl für eine einzelne Messung wie im Mittel nicht kohärent bestimmt werden kann, kann nur der Betrag des Transferspektrums berechnet werden:

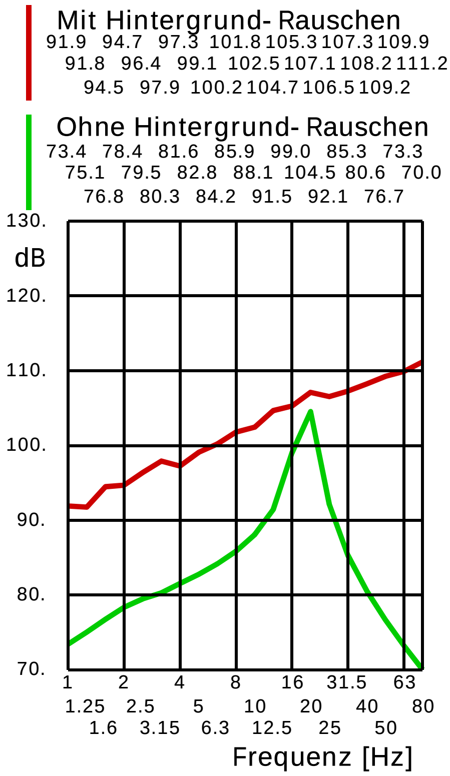
$$|H(F)| = \frac{|S_v|}{|S_F|}$$

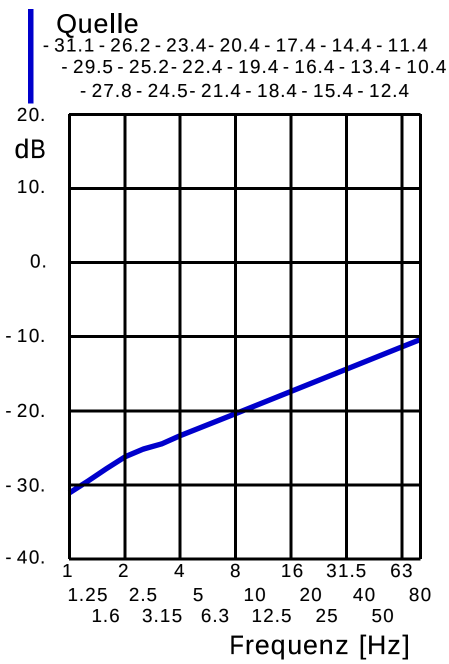
Der Betrag des Leistung-Spektrums des Empfang-Signals mit und ohne weissem Hintergrund-Rauschen ähnlicher spektralen Stärke wie das Empfang-Signal selbst sieht für den einfachen Schwinger wie folgt aus:




Ohne Hintergrund-Rauschen
(mm/s)
/sqrt(Hz)
8
6
4
2
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
f[Hz]

Da die Phasenbeziehung zwischen Quell-Signal und Empfang-Signal unbekannt ist, lässt sich die Impulsantwort nicht bestimmen. Somit kann auch die dynamische Reaktion des Systems auf ein zeitlich variables Quell-Signal nicht berechnet werden. Zudem wird durch das Hintergrund-Rauschen das Empfang-Signal stark überdeckt. Sinnvollerweise genügt ein Terzspektrum (obere Grafik: Empfang-Signal mit und ohne Hintergrundrauschen, untere Grafik: Quell-Signal):



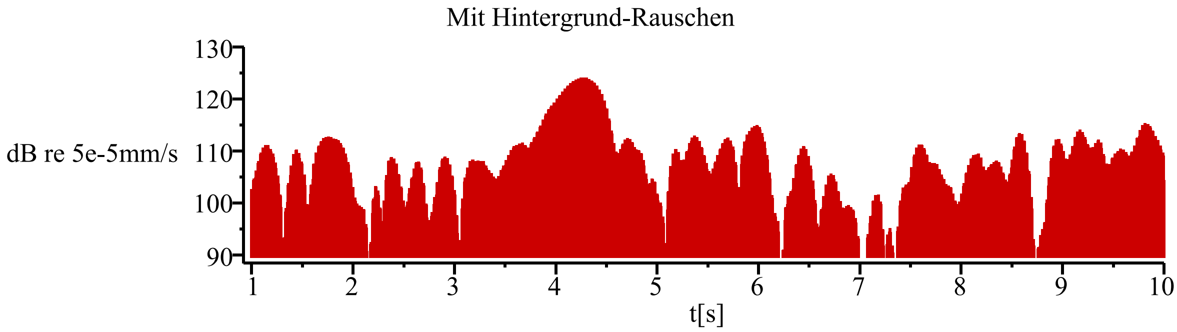


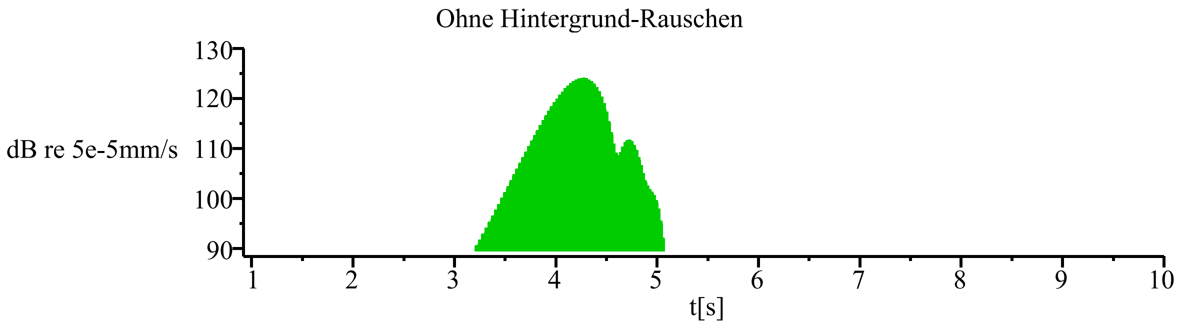
Der Vergleich der Werte bei 20 Hz zeigt, dass das Signal-Rauschverhältnis mit einem RMS-Pegel des Hintergrund-Rauschens von 104.8 dB etwa bei 0 dB liegt. Ohne Hintergrundrauschen beträgt bei 20 Hz das Transferspektrum als Differenz zwischen dem Empfang-Signal ohne Hintergrundrauschen (grün) und dem Quell-Signal (blau) $\mathbf{120.9}\,\boldsymbol{dB}\,re\,5\cdot 10^{-10}\cdot\frac{mm}{N\cdot s}$. Die Differenz von 0.4 dB zur kohärenten Messung stammt daher, dass für die Berechnung des Terz-Spektrums bei der kohärenten Messung über das Transferspektrum gemittelt wurde, während bei der inkohärenten Messung über die Mess-Signale gemittelt wurde. Erst nachher wurde das Transferspektrum als Differenz beider Spektren berechnet. Mit Hintergrundrauschen beträgt das Trensferspektrum $\mathbf{123.5}\,\boldsymbol{dB}\,re\,5\cdot10^{-10}\cdot\frac{mm}{N\cdot s}$, eine Abweichung von fast 3 dB!

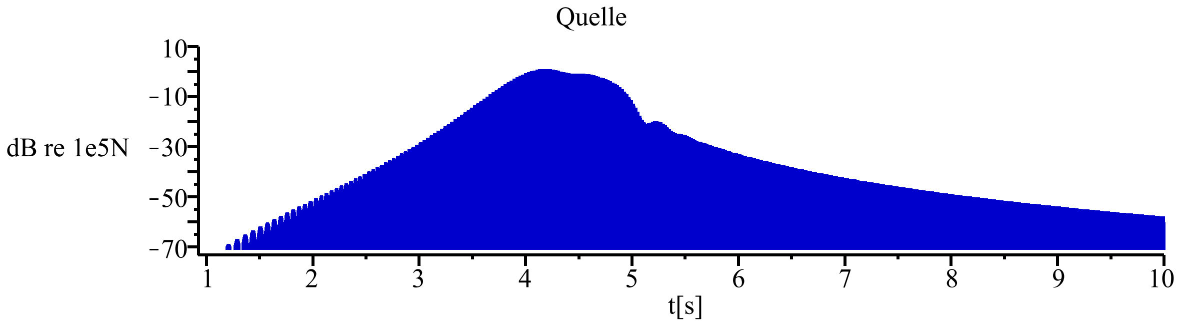
Aehnlich wie bei der kohärenten Messung kann durch einen Trick das Signal-Rauschverhältnis verbessert werden. Das schlechte Verhältnis ist nämlich darin begründet, dass im Spektrum die Energie des Hintergrundrauschens der ganze Sweep-Zeit enthalten ist, während das Signal nur während einer kurzen Zeit ein Frequenzband durchläuft. So wird in einem 20" Sweep von 0 bis 100 Hz das 20 Hz Terzband in 0.9" durchlaufen! Entsprechend wenig Signal-Energie kommt in das Band. Der Trick besteht darin, im Zeitbereich nur den Teil zu betrachten, der für ein Terzband wesentlich ist.

Die Auswertung erfolgt in folgenden Schritten:
1. Das Quell- und das Empfangs-Signal wird in ein Spektrum transformiert.
2. Die beiden Spektren werden mit den Terzfiltern gefiltert.
3. Jedes terzgefilterte Spektrum wird in ein Zeitsignal zurück transformiert. Das so berechnete Zeitsignal repräsentiert den Zeitverlauf eines Terzfilters, wie es von einem Echtzeit-Terzband-Analysator gemessen worden wäre.
4. Der Mittelwert über die Zeit, in welcher der Sweep das Terzband durchläuft, entspricht dem gesuchten Wert.

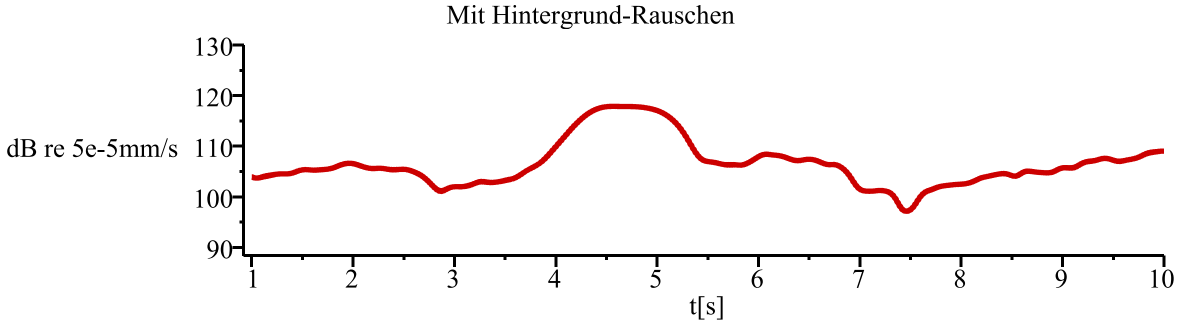
Die Zeitsignale sehen nach Ausführen der Schritte 1-3 für das Beispiel des einfachen Schwingers wie folgt aus (Empfangs-Signal mit und ohne Hintergrund-Rauschen, Quell-Signal):

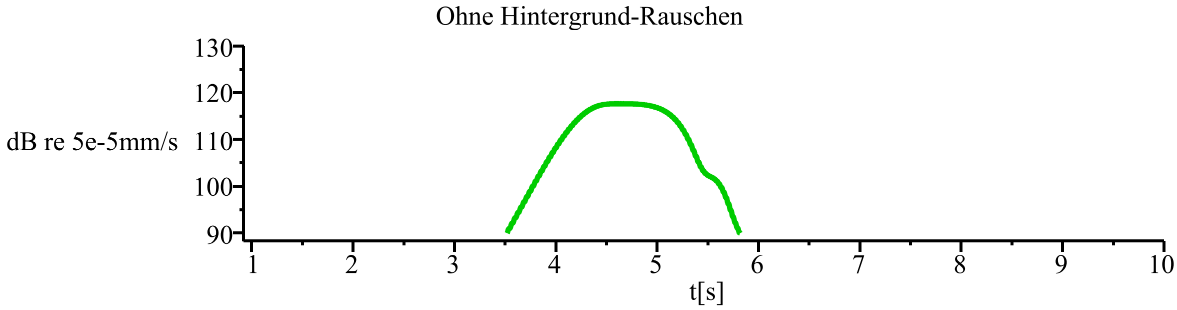


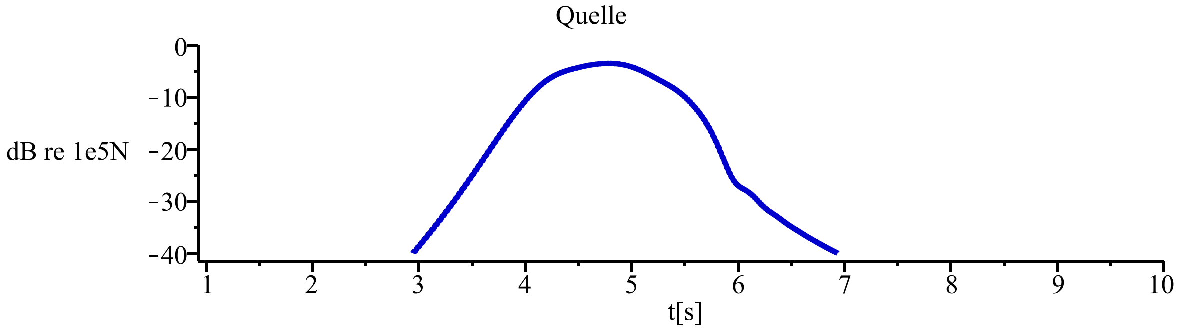




Trotz Hintergrund-Rauschen zeichnet sich deutlich das Signal bei ca. 4" ab. Um das Mittel über das ganze Band zu bestimmen, wird am einfachsten ein laufender Mittelwert über die Zeit, in welcher der Sweep das Terzband durchläuft, gebildet. Dies ergibt folgende Pegelschriebe (von oben nach unten: Empfangs-Signal mit und ohne Hintergrund-Rauschen, Quell-Signal):







Das Maximum der Pegelschriebe sei der gesuchte Wert (Empfangs-Signal mit und ohne Hintergrund-Rauschen, Quell-Signal in $dB\, re\, 5 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{mm}{N \cdot s}$):

$$117.9,\ 117.6,\ -3.5 \tag{5}$$

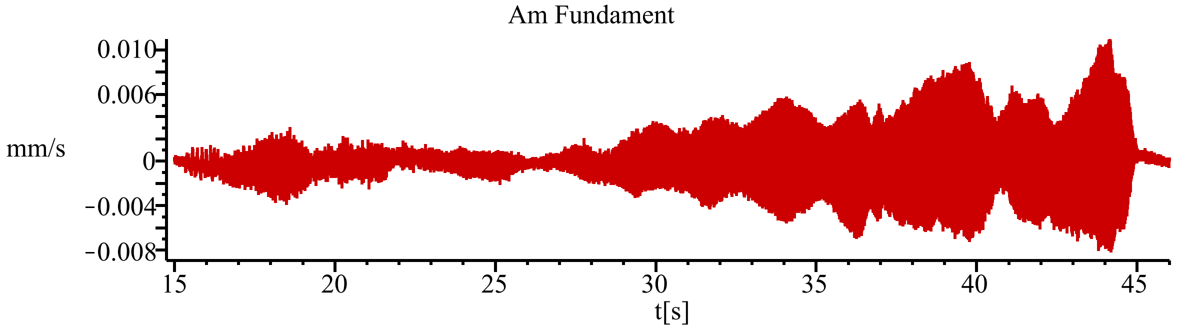
was einen Wert des Transferspektrums bei 20 Hz von **121.4 dB** mit resp. **121.1 dB** ohne Hintergrund-Rauschen ergibt. Generell beträgt die Zunahme des Signal-Rausch-Verhältnisses durch diesen Trick etwa

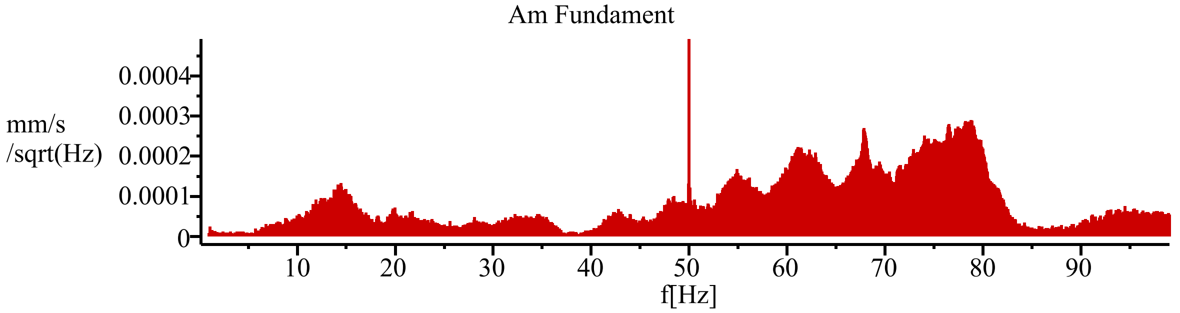
$$10 \cdot \log\left(\frac{T}{\Delta t}\right)$$

mit T der Sweep-Zeit und Δt der Zeit für den Durchlauf des Terzbandes. Im obigen Beispiel ergibt dies mit $T = 20''$ und $\Delta t = 0.9''$ eine Verbesserung von 0 dB auf 13 dB.

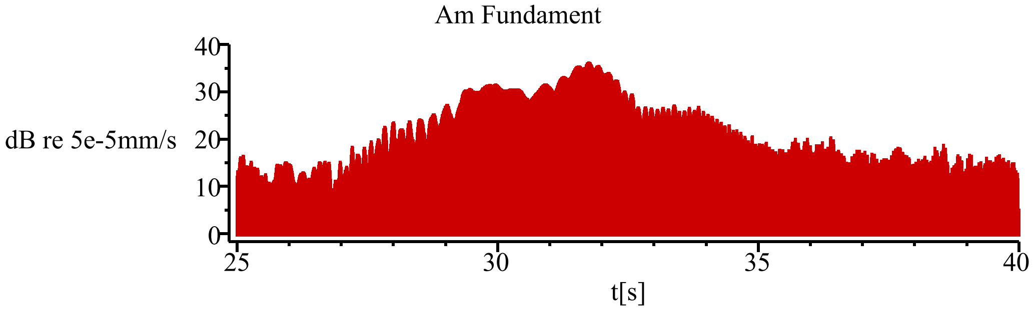
Beispiel

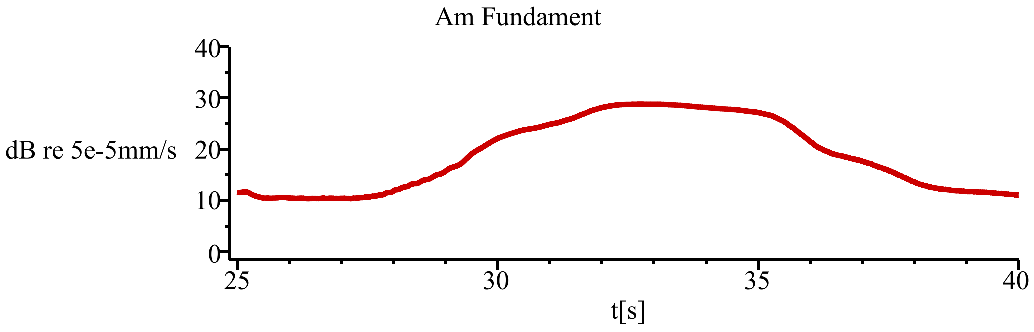
An einem parktischen Beispiel sei das Verfahren gezeigt. Am Gottahrd-Basistunnel wurde mit VibroScan eine Simulation durchgeführt und bei verschiedenene Häusern seitlich des Tunnels in einemAbstand von ca. 50 m am Fundament gemessen. Ein Scan von 5 bis 95 Hz während 30" ergabe folgendes Bild:





Gut sieht man eine Störung bei 50 Hz, wahrscheinlich aufgrund der Hauszuleitung im Keller. Nach Terzfilterung bei 50 Hz und laufender Durchschnitssbildung kann der Wert bei 50 Hz bestimmt werden.





Das Signal-Rausch-Verhältnis beträgt ca. 15 dB.

Verbesserung

Die wichtigste Verbesserung ist, kohärente Messungen über längere Distanzen oder aus einem Tunnel heraus zu ermöglichen. Dazu muss eine Methode zur Synchronisation zwischen der Messung der eingeleiteten Kraft und der Erschütterung geschaffen werden. Damit kann, vorausgesetzt es steht genügend Zeit zur Verfügung, die Empfindlichkeit des Verfahrens beliebig gesteigert werden.

3 Prognose

ergibt sich aus der dynamischen Kraftdichte $F'_0(f_k)$ in Newton pro m zu:

$$\overline{v(f_k)} = F'_0(f_k)\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f_k, x)|^2 \, dx} \qquad \textbf{(6)}$$

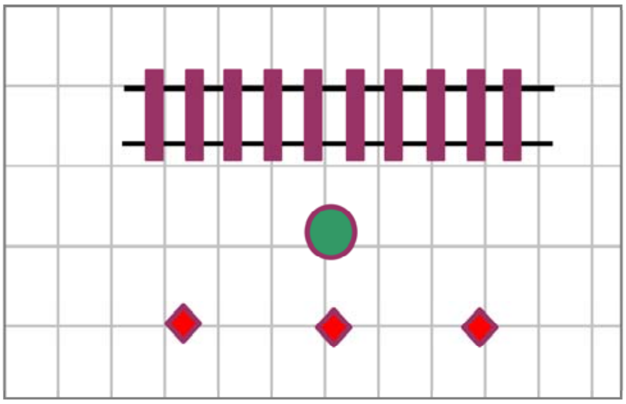
In Wirklichkeit kennen wir die Transferfunktion $H(f_k, x)$ als kontinuierliche Funktion des Orts x nicht, sondern es liegen höchstens Messungen an einer endlichen Anzahl diskreter Orte x_i vor. Das Integral muss durch eine Summe ersetzt werden. Das Einfachste ist die Simpson-Regel. Für eine ungerade Anzahl $N = 2 \cdot n + 1, n \geqslant 1$ von äquidistanten Punkten zwischen l_1 und $l_{2 \cdot n + 1}$ ergibt sich das Integral zu:

$$\overline{v(f_k)} = \frac{1}{6} F'_0(f_k)\sqrt{6}\sqrt{\frac{(l_{2n+1} - l_1)\left(|H(f_k, l_1)|^2 + 4\left(\sum_{i=1}^{n} |H(f_k, l_{2i})|^2\right) + 2\left(\sum_{i=1}^{n-1} |H(f_k, l_{2i+1})|^2\right) + |H(f_k, l_{2n+1})|^2\right)}{n}} \qquad \textbf{(7)}$$

4 Kraft

Basis aller vorhergehenden Ueberlegungen war die Kenntniss der anregenden Kraft. Für die Prognose muss dementsprechend die Kraft der Züge bekannt sein. Leider ist dies im Moment der grösste Mangel des Verfahrens, da in der Literatur entsprechende Kraft-Spektren kaum zu finden sind. Man behilft sich damit, bei der Simulation durch Messen der Erschütterungen an der Quelle die Eingangs-Admittanz (Verhältnis von Schnelle zu Kraft) des Systems zu bestimmen. Anschliessend führt man unter Zuhilfenahme von Messungen an bestehenden Eisenbahn-Linien, von denen man glaubt, dass sie eine ähnliche Admittanz besitzen, die Prognose durch. Dieses Vorgehen ist eigentlich unsinnig. Simulation werden ja gerade darum gemacht, weil das System unbekannt ist. Wenn man aber auf ein bekanntes, ähnliches System zurückgreifen muss, warum rechnet man nicht einfach von diesem System auf das neue Systen hoch?

Ein möglicher Weg, um die Kraft zu bestimmen, wären Kraftmessdosen am Schienenfuss. Einen einfachern Weg findet man in "Transit Noise and Vibration Impact Assessment" der Federal Transit Administration, May 2006, FTA-VA-90-1003-06:



Verbesserung

Auf einem homogenen Untergrund sollen die Erschütterungen eines bestehenden Geleises für verschiedene Züge gemessen werden (grün). In gleichem Abstand, aber auf der anderen Seite sollen mittels künstlicher Anregung (rot) ebenfalls die Erschütterungen gemessen werden. Aus dem Vergleich der der beiden Messungen wird die eingeleitete Kraft-Dichte $F'_0\left(f_k\right)$ bestimmt.