

Grundlagen der Baugrunddynamik

1 Einleitung

Der Baugrund spielt in der täglichen Arbeit des Baudynamikers sicherlich nicht die Hauptrolle. Zwar leiten wir alle dynamischen Lasten letzten Endes in den Baugrund ein, doch scheint dieser sich wesentlich gutmütiger gegenüber dynamischen Lasten zu verhalten als die Konstruktionen, die wir über dem Boden errichten. Der Hauptgrund für das gutmütige Verhalten des Bodens gegenüber dynamischen Lasten liegt in seiner starken Dämpfung. Im Gegensatz zu den schlanken Bauwerken über dem Boden, bei denen ein Zusammentreffen von Anregungsfrequenz und Eigenfrequenz sehr leicht zu gefährlichen Resonanzschwingungen führen kann, ergeben sich im Baugrund selten spektakuläre Schadensfälle infolge Resonanzschwingungen. Die Konsequenzen eines Fehlers sind weniger dramatisch, was allerdings nicht heisst, dass sie nicht ebenso kostspielig sein können. Nicht richtig dimensionierte Maschinenfundamente oder falsch eingeschätzte Immissionen von Eisenbahnen können mindestens so kostspielige Wirkungen zeitigen wie die weit spektakuläreren Schwingungen von Fussgängerbrücken.

Während uns für die Konstruktionen über dem Boden recht gute Methoden für die Erfassung des dynamischen Verhaltens zur Verfügung stehen, erweist sich der Baugrund als wesentlich schwieriger. Bereits die einfachste Problemstellung, wie zum Beispiel eine impulsartige Einzelast auf dem elastischen Halbraum, führt zu äusserst komplizierten Ausdrücken mit komplizierten Integralen und Laplace-Transformationen. Für die praktische Arbeit des Baudynamikers sind diese komplizierten Methoden weniger geeignet. Daneben existieren allerdings auch vereinfachte Ansätze zur Lösung von dynamischen Problemen im Baugrund. Diesen wollen wir uns in den nächsten Kapiteln zuwenden und aufzeigen, wie sie nutzbringend eingesetzt werden können.

Ausgangspunkt bildet die eindimensionale Wellenausbreitung. Anhand dieses Modells lassen sich verschiedene Phänomene, die auch im dreidimensionalen Raum auftreten, einigermaßen verstehen. Aber bereits für das Problem des starren Fundamentblockes auf elastischem Halbraum lässt sich für praktische Anwendungen keine exakte Theorie einsetzen. Man behilft sich stattdessen mit dem bekannten Ein-Massen-Schwinger-Modell. Ein zweites Gebiet, in welchem die Baugrunddynamik eine wesentliche Rolle spielt, ist die Ausbreitung von Erschütterungen beim Schienenverkehr. Auch hier existieren keine exakte Lösungsmethoden. Hier kommen teils empirische Methoden, teils Finite-Element-Modelle zum Zug. Das dritte Gebiet, das wir aber nur am Rande streifen werden, ist die Baugrunddynamik bei Erdbebenproblemen.

2 Eigenschaften des Baugrundes unter dynamischer Belastung

Der Baugrund ist ein äusserst inhomogenes Material, das für mathematische Modelle, wie wir sie für dynamische Berechnungen gerne anwenden möchten, sehr schlecht zugänglich ist. Der Boden ist inhomogen und in jeder Hinsicht nicht-linear. Von den für die dynamische Berechnung wesentlichen Parametern ist gerade noch die Masse einigermaßen zuverlässig bekannt. Alle anderen Parameter wie E-Modul, Querdehnungszahl und Dämpfung müssen durch aufwändige Versuche und oft indirekt bestimmt werden. Und am Ende stehen uns doch nur approximative Werte zur Verfügung. Doch dies ist die Realität und sie ist bei den dynamischen Berechnungen zu berücksichtigen.

2.1 Zusammensetzung

Der Baugrund setzt sich (wie in Bild 2.1a schematisch dargestellt) im Wesentlichen aus den drei Komponenten Mineralien (Kugeln, Plättchen), Wasser und Luft zusammen. Bereits einfachste Versuche mit Stahlkugeln gleicher Grösse haben gezeigt, dass mathematische Modelle für Kugeln nicht im Stand sind, das dynamische Verhalten (im Beispiel von Bild 2.1b: die Wellengeschwindigkeit) korrekt zu bestimmen. Dies hat schon vor mehr als 50 Jahren zur Schlussfolgerung geführt, dass „wir nicht erwarten dürfen, dass das Verhalten des Bodens mit theoretischen Modellen übereinstimmt, sondern dass wir das dynamische Verhalten von Boden mit experimentellen Methoden bestimmen müssen“ [1].

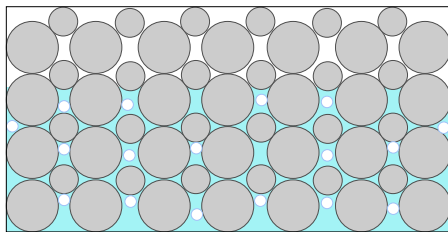


Bild 2.1a Baugrund zusammengesetzt aus Kugeln verschiedener Grösse, Wasser und Luft

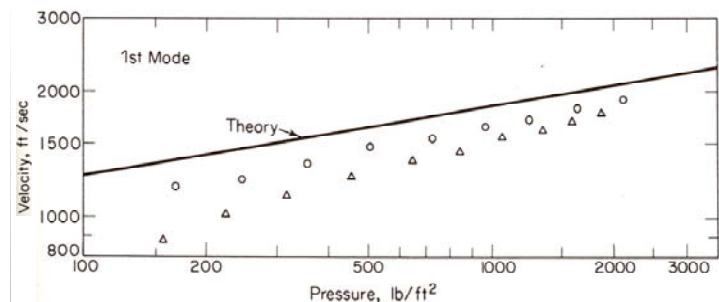


Bild 2.1b Vergleich der theoretischen mit der gemessenen Wellengeschwindigkeit in einer Packung von Stahlkugeln bei unterschiedlichen Drücken (aus [1] p. 151)

2.2 Geometrie

Zur Inhomogenität im Kleinen kommt die Unregelmässigkeit im Grossen hinzu. Nur äusserst selten finden wir einen Baugrund, der bis in grosse Tiefen aus dem gleichen Material besteht wie in Bild 2.2a. Zumeist ist der Boden geschichtet, weist Grundwasser auf und hat eine unregelmässige Oberfläche, alles Einflüsse, die eine Modellierung des Baugrundes erschweren.

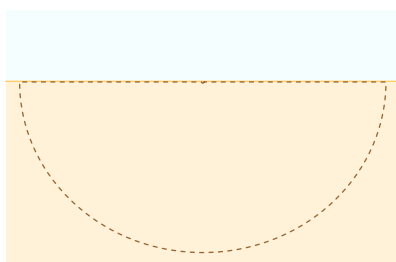


Bild 2.2a Baugrund als ideal-elastischer Halbraum

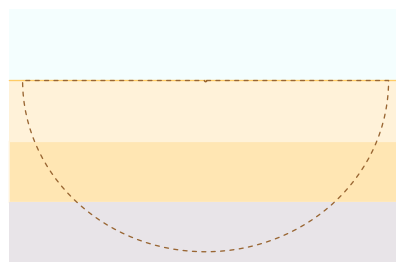


Bild 2.2b Baugrund als geschichteter Halbraum

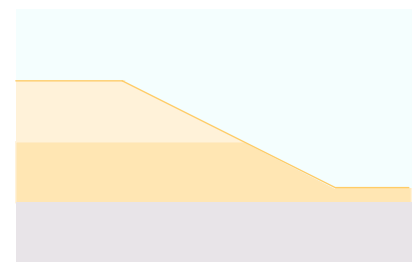


Bild 2.2c Baugrund mit unregelmässiger Oberfläche

2.3 Wellengeschwindigkeit

Die Wellengeschwindigkeit ist für uns die wichtigste Kenngrösse des Bodens. Nicht etwa, weil wir uns besonders für die Geschwindigkeit der Wellen an sich interessieren, sondern weil diese Grösse noch relativ einfach zu messen ist und weil wir daraus die für die dynamischen Berechnungen benötigten E- und G-Moduli ableiten können. Wie wir in den folgenden Kapiteln noch sehen werden, lassen sich aus der P- und aus der S-Wellengeschwindigkeit der E- und der G-Modul nach folgenden Gleichungen berechnen:

$$v_s^2 = \frac{G}{\rho} ; \quad v_L^2 = \frac{M}{\rho} ; \quad M = E \cdot \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (2.1a, b, c)$$

In Bild 2.3 sind für einige wichtige Böden die P- und S-Wellengeschwindigkeiten zusammengestellt. Da bei der Ausbreitung von Wellen nur sehr kleine Dehnungen involviert sind, entsprechen die daraus abgeleiteten G- und E-Moduli ebenfalls den Moduli für sehr kleine Dehnungen.

Bodenart	P-Wellen-Geschwindigkeit v_P (m/s)	S-Wellen-Geschwindigkeit v_S (m/s)	Querdehnungszahl ν	Quelle
Deckschichten, locker gelagert, verwittert, nicht gesättigt (Tiefe 3 bis 6 m)	200 .. 800			[3]
Ton (gesättigt)	1500	150	0.5	[2]
Gehängelehm (nicht gesättigt)	300 .. 1000			[3]
Sand und Kies (dicht gelagert)	480	250	0.30 .. 0.35	[2]
Sand (feinkörnig)	300	110	0.30	[2]
Kies (mittelkörnig)	750	180		[2]
Molasse-Mergel, Molasse-Sandstein, verwittert	900 .. 1800			[3]
Moräne	1200 .. 2400			[3]
Sandstein	1500 .. 4500	750 .. 2200		[2]
Kalk	3500 .. 6500	1800 .. 3800		[2]
Granit	4600 .. 7000	2500 .. 4000		[2]

Bild 2.3 P- und S-Wellengeschwindigkeiten für einige wichtige Böden

2.4 Steifigkeit und Dämpfung

Steifigkeit und Dämpfung, beides Parameter, die für das dynamische Verhalten von ausschlaggebender Bedeutung sind, zeigen beim Baugrund – wie in Bild 2.4a und b dargestellt – ein ausgesprochen nicht-lineares Verhalten. Solange sich die Schubdehnung im Bereich von Promillen bewegt, bleibt die Steifigkeit praktisch unverändert. Dasselbe gilt auch für die Dämpfung. Dies bedeutet, dass in diesem Dehnungsbereich, der übrigens für viele baulastdynamische Aufgaben wie z.B. die Schwingungsberechnung für ein Maschinenfundament, der einzige akzeptierte Bereich ist, von einem linear-elastischen Verhalten des Bodens ausgegangen werden darf. Bei der Untersuchung von „lokalen Bodeneffekte“ im Rahmen von Erdbebenberechnungen hingegen sind

Dehnungen im Promille- bis Prozentbereich durchaus möglich, weshalb hier die Dehnungsabhängigkeit explizit berücksichtigt werden muss.

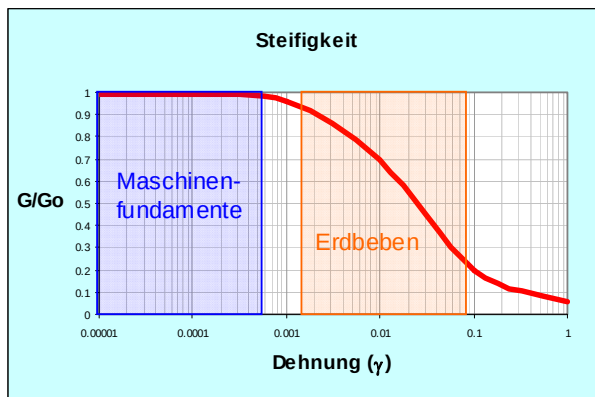


Bild 2.4a Schubsteifigkeit in Funktion der Schubdehnung

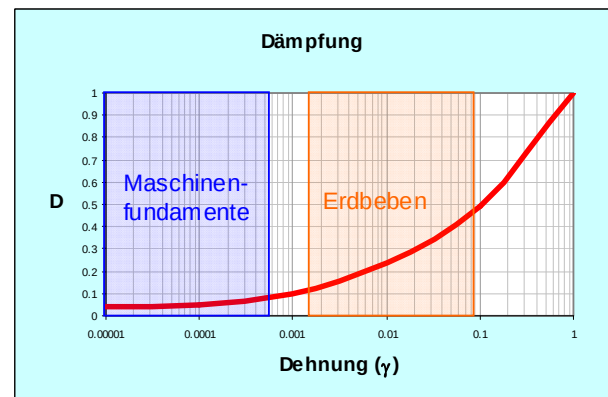


Bild 2.4b Dämpfung in Funktion der Schubdehnung

3 Wellenausbreitung

Während bei begrenzten Systemen, wie z.B. bei Tragwerken, die Eigenfrequenzen und die Eigenformen die Hauptrolle spielen, interessieren wir uns bei unbegrenzten Systemen, wie beim Baugrund, primär für die Wellengeschwindigkeit und für die Schwingungsausbreitung. Anhand eines einfachen aber durchaus realistischen eindimensionalen Modells wollen wir im Folgenden die „allgemeine Wellengleichung“ herleiten. Für diese Wellengleichung sollen zwei Lösungen gezeigt werden: Die Lösung für den „begrenzten“ Schubträger, die zu Eigenfrequenzen und Eigenformen führt und die Lösung für den unendlichen Schubträger, die uns die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen ergibt. Auf die Wellengleichung für den dreidimensionalen Raum soll hier nicht näher eingegangen werden. Hingegen sollen einige wichtige Phänomene der Wellenausbreitung im elastischen Halbraum dargestellt werden.

3.1 Eindimensionale Wellenausbreitung

Betrachten wir einen einfachen Schubträger, wie er in Bild 3.1b dargestellt ist. Ein solcher Schubträger könnte ein Teil des Bodens unter den Häusern sein, wie in Bild 3.1a dargestellt. Die horizontale Erdbebenererschütterung in der darunter liegenden Felsschicht erzeugt in der darüber liegenden Bodenschicht eine Schwingung, die mit dem Modell des einfachen Schubträgers berechnet werden kann. Tatsächlich wird für die Berechnung der „lokalen Bodeneffekte“ bei Erdbeben dieses Modell verwendet (vgl. Kapitel 7.1).

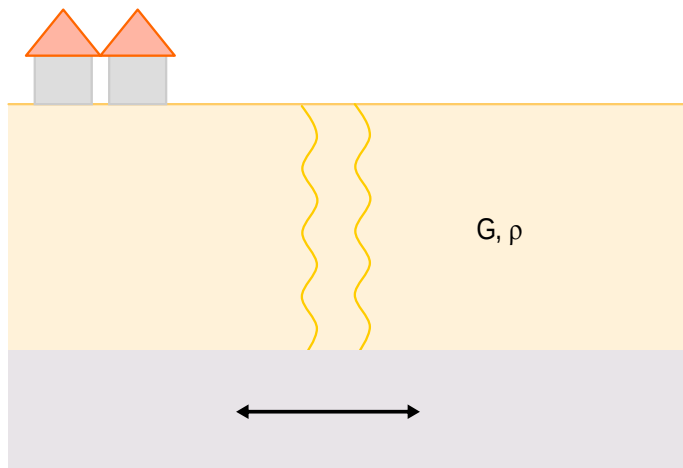


Bild 3.1a Baugrund mit Erdbebenanregung

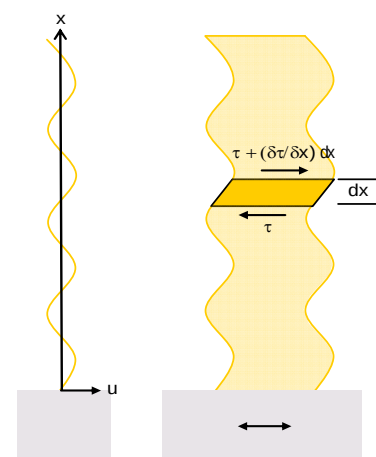


Bild 3.1b Baugrund als einfacher Schubträger

An einem Element der Länge dx greifen an den Schnittflächen Schubspannungen (τ) und als Volumenkraft die Trägheitskraft ($m \cdot a$) an. Da die Summe aller Kräfte gleich Null sein muss, gilt:

$$m \cdot a = \sum K \quad (3.1)$$

oder in Form von Dichte (ρ) und Schubspannungen (τ) ausgedrückt:

$$\rho \cdot dx \cdot A \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial x} dx - \tau \right) \cdot A \quad (3.2)$$

Dies lässt sich vereinfachen zu:

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau}{\partial x} \quad (3.3)$$

mit ρ = Dichte
 A = Querschnittsfläche
 u = Verschiebung quer zur x-Achse

Für den ungedämpften Fall ist die Schubspannung τ proportional zur Schubdehnung, d.h.:

$$\tau = G\gamma = G \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.4)$$

Damit erhält man durch Einsetzen in Gleichung (3.3):

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.5)$$

Das dynamische Verhalten des Schubträgers wird somit durch die Differentialgleichung (3.5) beschrieben. Mit der Schreibweise

$$v_s^2 = \frac{G}{\rho} \quad (3.6)$$

ergibt sich aus Gleichung (3.5) die so genannte „Allgemeine Wellengleichung“

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.7)$$

wobei v_s , wie wir im Folgenden Abschnitt sehen werden, der Scherwellengeschwindigkeit entspricht.

Neben dem Schubträger gibt es noch zahlreiche weitere Systeme, deren Bewegung durch die Wellengleichung (3.7) beschrieben wird. So z.B. Longitudinalwellen in einem dünnen Stab. Hier ist der G-Modul in Gleichung (3.5) durch den E-Modul und u , die Verschiebung quer zur Stabachse, durch die Verschiebung längs zur Stabachse zu ersetzen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Wellen beträgt dann

$$v_L^2 = \frac{E}{\rho} \quad (3.8)$$

Bei einem Stab mit behinderter Seitendehnung – was eher der Situation im Boden entspricht – ist anstelle des E-Moduls der M-Modul (Kompressionsmodul) zu verwenden. Der M-Modul ist über die Querdehnungszahl ν mit dem E-Modul wie folgt verknüpft ist:

$$M = E \cdot \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (3.9)$$

Bei kleinen Werten von ν (d.h. $\nu < 0.2$) ist der Unterschied zwischen E und M vernachlässigbar.

Die Lösung der „Allgemeinen Wellengleichung“ erhält man durch Separation der Variablen, d.h. mit der Annahme, dass die Lösung für Gleichung (3.7) als Produkt einer Funktion von x allein und von t allein existiert, d.h.

$$u(x, t) = X(x) \cdot T(t) \quad (3.10)$$

Durch partielles Ableiten von Gleichung (3.10) nach x bzw. nach t ergibt sich

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = X'' \cdot T \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = X \cdot \ddot{T} \quad (3.11a, b)$$

und durch Einsetzen von Gleichung (3.11) in die Wellengleichung (3.7) erhalten wir

$$X \cdot \ddot{T} = v^2 X'' T \quad \text{oder} \quad \frac{\ddot{T}}{T} = v^2 \frac{X''}{X} \quad (3.12a, b)$$

als notwendige Bedingung dass $u(x, t) = X(x) T(t)$ eine Lösung ist. Die linke Seite von Gleichung (3.12b) ist eine Funktion von t , die rechte Seite eine Funktion von x allein; somit muss jede Seite gleich einer Konstanten (hier mit η bezeichnet) sein und es gilt

$$\frac{\ddot{T}}{T} = v^2 \frac{X''}{X} = \eta \quad (3.13)$$

Von den drei Möglichkeiten, $\eta > 0$, $\eta = 0$ und $\eta < 0$, kommt nur die letzte in Frage, da sich nur so eine harmonische Bewegung ergibt. Somit können wir $\eta = -\lambda^2$ setzen und erhalten

$$X'' + \frac{\lambda^2}{v^2} X = 0 \quad \rightarrow \quad X(x) = A \cos \frac{\lambda}{v} x + B \sin \frac{\lambda}{v} x \quad (3.14a)$$

$$\ddot{T} + \lambda^2 T = 0 \quad \rightarrow \quad T(t) = C \cos \lambda t + D \sin \lambda t \quad (3.14b)$$

Die allgemeine Lösung lautet schliesslich

$$u(x, t) = X(x)T(t) = \left(A \cos \frac{\lambda}{v} x + B \sin \frac{\lambda}{v} x \right) \cdot (C \cos \lambda t + D \sin \lambda t) \quad (3.15)$$

Und stellt eine Schwingungsbewegung mit der Kreisfrequenz λ dar. Die Werte für A, B, C und D werden durch die Rand- bzw. durch die Anfangsbedingungen bestimmt. Für den Fall mit einem fixierten und einem freien Ende, wie er in Bild 3.3b vorliegt, gelten folgende Randbedingungen:

$$u(0, t) = 0 \quad \text{und} \quad \tau(l, t) = G \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{l, t} = 0 \quad (3.16a, b)$$

Das heisst, die Verschiebung am fixierten Ende ist gleich Null, ebenso die Schubspannungen am freien Ende. Durch Einsetzen der ersten Randbedingung (3.16a) in Gleichung (3.15) erhalten wir

$$A \cdot (C \cos \lambda t + D \sin \lambda t) = 0 \quad (3.17)$$

woraus folgt, dass $A = 0$. Mit der zweiten Randbedingung (3.16b) und Gleichung (3.4) erhalten wir

$$\frac{\lambda}{v} B \cos \frac{\lambda l}{v} \cdot (C \cos \lambda t + D \sin \lambda t) = 0 \quad (3.18)$$

woraus wir schliessen, dass

$$\cos \frac{\lambda l}{v} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\lambda l}{v} = \frac{(2n-1)\pi}{2} ; n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.19)$$

Die Eigenkreisfrequenz λ_n (entspricht beim Einmassenschwinger ω_n) ergibt sich zu

$$\lambda_n = \frac{(2n-1)\pi v}{2l} ; n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.20)$$

Es existieren theoretisch unendlich viele Eigenkreisfrequenzen λ und Eigenformen, doch wird man sich bei praktischen Problemen auf einige wenige beschränken. Die Lösung für die n-te Eigenform lautet nach Gleichung (3.15)

$$u_n(x, t) = \sin\left(\frac{\lambda_n}{v} x\right) \cdot (C_n \cos \lambda_n t + D_n \sin \lambda_n t) \quad (3.21)$$

Die Konstante B ist hier in C_n und D_n enthalten. Der erste Faktor in Gleichung (3.21) beschreibt den geometrischen Verlauf der n-ten Eigenform ohne jedoch die Amplitude festzulegen. Die ersten drei Eigenformen des einseitig fixierten Schubträgers sind in Bild 3.2 dargestellt. Der zweite Faktor gibt die Amplitude der einzelnen Eigenformen an. Die allgemeine Lösung erhalten wir schliesslich durch Summation der theoretisch unendlichen Anzahl Eigenformen u_n , d.h.

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\lambda_n}{v} x\right) \cdot (C_n \cos \lambda_n t + D_n \sin \lambda_n t) \quad (3.22)$$

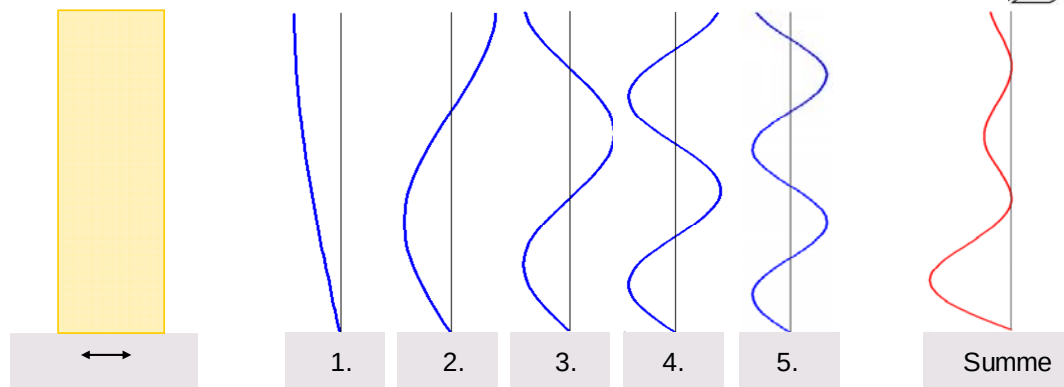


Bild 3.2 Eigenformen beim Schubträger

D'Alembert-Lösung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Lösung der „allgemeinen Wellengleichung“ (3.7) mittels Separation der Variablen gezeigt. Daneben existiert eine weitere, sehr elegante Lösungsmethode, die als d'Alembert-Lösung bekannt ist. Sie kann vor allem dort vorteilhaft eingesetzt werden, wo es um stossartige Belastungen geht.

Für eine Funktion f , für die eine zweite Ableitung existiert, gilt nach der Kettenregel

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial t}(x - vt) &= -v \dot{f}(x - vt); \\ \frac{\partial f}{\partial x}(x - vt) &= f'(x - vt)\end{aligned}\tag{3.23}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}(x - vt) = v^2 \ddot{f}(x - vt); \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x - vt) = f''(x - vt)\tag{3.24}$$

Vergleicht man Gleichung (3.23) mit Gleichung (3.7) so erkennt man leicht, dass $u = f(x - vt)$ eine Lösung der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\tag{3.7}$$

Darstellt. Gleiches gilt für eine ebenfalls zweifach differenzierbare Funktion $g(x + vt)$. Da Gleichung (3.7) eine lineare Gleichung ist, folgt, dass die Summe

$$u = f(x - vt) + g(x + vt)\tag{3.25}$$

ebenfalls eine Lösung darstellt und zwar – wie man zeigen kann – die vollständige Lösung von Gleichung (3.7). Diese Form der Lösung der Wellengleichung ist besonders geeignet, um die Bedeutung des Parameters v in Gleichung (3.7), d.h. der Wellengeschwindigkeit, zu erkennen.

Betrachten wir z.B. die Wellenausbreitung in einem unendlich langen Stab (Bild 3.3). Durch einen Schlag quer zur Stabachse wird zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Störung erzeugt. Eine solche Störung breitet sich nach beiden Seiten aus und legt bis zum Zeitpunkt t_1 die Strecke s zurück. Dieser Vorgang wird mathematisch durch Gleichung (3.25) beschrieben: Zum Zeitpunkt $t = 0$ gilt $u = f(x) + g(x)$, d.h. die Störung in Bild 3.5 oben setzt sich zusammen aus den beiden Funktionen $f(x)$ und $g(x)$. Zu einem späteren Zeitpunkt t_1 lautet Gleichung (3.25) $u = f(x - vt_1) + g(x + vt_1)$. Die Funktion $f(x - vt_1)$ hat den gleichen Verlauf wie $f(x)$, ist jedoch um die Distanz vt_1 nach rechts verschoben. Die Form der Auslenkung bleibt somit erhalten, doch wandert sie in einem

Zeitintervall t_1 eine Distanz $s = vt_1$, d.h. mit einer Wellengeschwindigkeit v nach rechts. In analoger Weise definiert $g(x + vt)$ eine Welle, die mit einer Geschwindigkeit v nach links wandert.

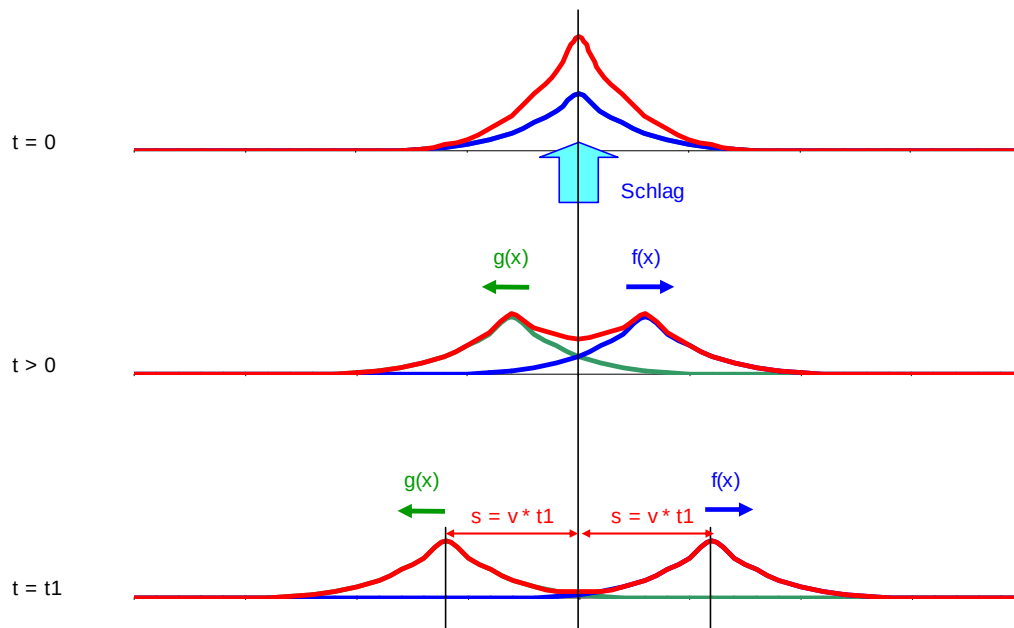


Bild 3.3 Wellenausbreitung im Stab

3.2 Wellenausbreitung im elastischen Raum

Bei der Herleitung der Bewegungsgleichung für den elastischen Raum geht man prinzipiell gleich vor wie bei der Herleitung der Wellengleichung für den Schubträger. Allerdings sind die dabei auftretenden Formulierungen wesentlich komplizierter. Wie beim eindimensionalen Fall lässt sich zeigen, dass auch im dreidimensionalen Raum Scherwellen und Kompressionswellen existieren. Beim Boden mit einer freien Oberfläche (Halbraum) treten zusätzlich noch Rayleigh-Wellen auf, die den Oberflächenwellen im Wasser nicht unähnlich sind. Beim geschichteten Halbraum treten sogar noch Love-Wellen auf.

Für die Arbeit in der Praxis sind besonders die ersten drei Wellentypen, d.h. Kompressionswellen, Scherwellen und Oberflächenwellen (Rayleigh-Wellen) von Bedeutung. Die Kompressions- oder Longitudinalwellen weisen die grösste Wellengeschwindigkeit auf und werden deshalb oft auch P-Wellen (primary waves) genannt. Ihre Wellengeschwindigkeit hängt mit dem E-Modul bzw. dem Kompressionsmodul des Bodens zusammen:

$$v_L^2 = \frac{M}{\rho}; \quad M = E \cdot \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.26)$$

Die Scherwellen sind etwa halb so schnell wie die Kompressionswellen. Ihre Wellengeschwindigkeit hängt mit dem Schubmodul des Bodens zusammen:

$$v_s^2 = \frac{G}{\rho} \quad (3.27)$$

Die Rayleigh-Wellen weisen etwa die gleiche Wellengeschwindigkeit auf wie die Scherwellen.

3.3 Wellenausbreitung im elastischen Halbraum

Im elastischen Halbraum entstehen durch eine Anregung an der Oberfläche – wie in Bild 3.4 dargestellt – zwei Arten von Wellen: Raumwellen, die sich halbkugelförmig in die Breite und Tiefe ausbreiten und Oberflächenwellen, die sich – ähnlich wie Wasserwellen – nur horizontal (mit beschränkter Tiefenwirkung) ausbreiten. Zur ersten Kategorie gehören die Kompressionswellen (P-Wellen) und die Scherwellen (S-Wellen), zur zweiten gehören die Rayleigh-Wellen (R-Wellen).

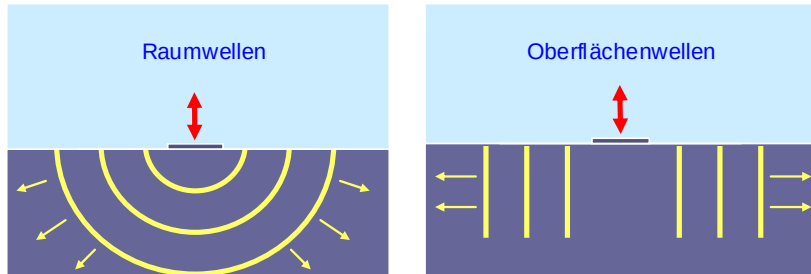


Bild 3.4 Ausbreitung von Raumwellen und Oberflächenwellen

Während in einem Stab (mit gleich bleibendem Querschnitt) die Schwingungsamplitude unverändert bleibt, nimmt sie bei der Ausbreitung im Raum entsprechend ab, da das Volumen, durch das die Schwingungsenergie fließt, mit zunehmendem Abstand von der Quelle zunimmt. Da sich die Energie proportional zum Quadrat der Schwinggeschwindigkeit verhält, nimmt die Schwingungsamplitude im Fall der Punktquelle im Raum linear, d.h. mit $1/r$ ab. An der Oberfläche ist die Abnahme stärker. Dort entspricht die Amplitudenabnahme $1/r^2$. Oberflächenwellen nehmen weniger stark ab. Rayleighwellen nehmen mit $1/r^{0.5}$ ab [1]. In Bild 3.5 ist das Abminderungsverhalten für die 4 wichtigsten Fälle der Schwingungsausbreitung an der Oberfläche zusammengestellt.

Wellenart	Abminderung bei Punktquellen	Abminderung bei Linienquellen
Raumwelle an der Oberfläche	$v = v_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2$	$v = v_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^1$
Oberflächenwelle	$v = v_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^{0.5}$	$v = v_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^0$

Bild 3.5: Wellenausbreitung an der Oberfläche des idealen Halbraums (nur geometrische Dämpfung)

Bild 3.6 veranschaulicht die Abminderung dieser 4 Wellenarten, zusammen mit der gemessenen Erschütterungsabnahme neben einer Eisenbahnlinie.

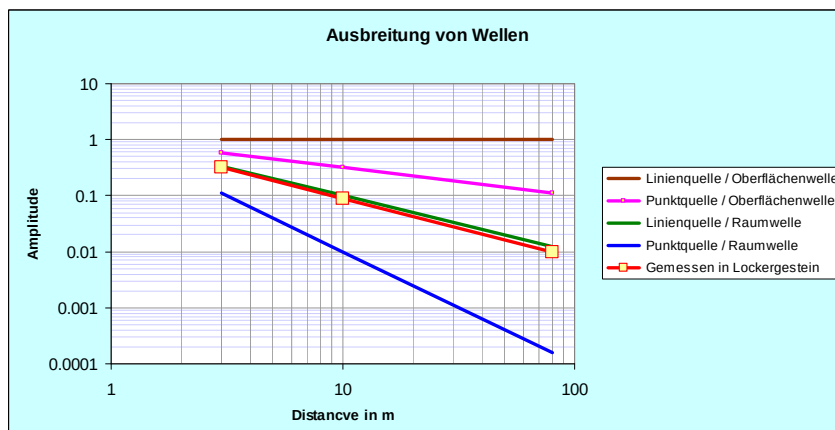


Bild 3.6 Abminderung von Oberflächen- und Raumwellen an der Oberfläche

In den Gleichungen von Bild 3.5 ist nur die Amplitudenabnahme infolge Vergrößerung des durch die Wellen beanspruchten Raumes, d.h. die geometrische Dämpfung, berücksichtigt. Die Amplitudenabnahme durch innere Reibung, die so genannte Materialdämpfung, muss zusätzlich eingeführt werden.

Mit dem vom Ein-Massen-Schwinger her bekannten Ansatz für viskose Dämpfung

$$v = v_0 \sin 2\pi f t \cdot e^{-2\pi f D t} \quad (3.28)$$

erhalten wir durch entsprechende Umwandlung den Ansatz für die Abminderung im idealen Halbraum mit Materialdämpfung:

$$v = v_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^{n(f)} e^{\left(\frac{2\pi f D}{v_B} (r - r_0) \right)} \quad (3.29)$$

Der Exponent „n(f)“ berücksichtigt dabei die geometrische Dämpfung und der Exponent „(2πfD/v_B)/(r-r₀)“ die Materialdämpfung. Damit steigt die Materialdämpfung mit zunehmender Frequenz, was dazu führt, dass tiefe Frequenzen noch in grossen Distanzen wahrgenommen werden, während hohe Frequenzen rascher abklingen.

In Bild 3.7a und b sind die Abminderung beim viskos-gedämpften Ein-Massen-Schwinger (gemäss (3.28)) und die Abminderung infolge viskoser Materialdämpfung beim Halbraum (gemäss (3.29)) graphisch dargestellt. Deutlich erkennbar ist der wichtige Einfluss der Frequenz bei der Ausbreitung von Oberflächenwellen (Bild 3.7b).

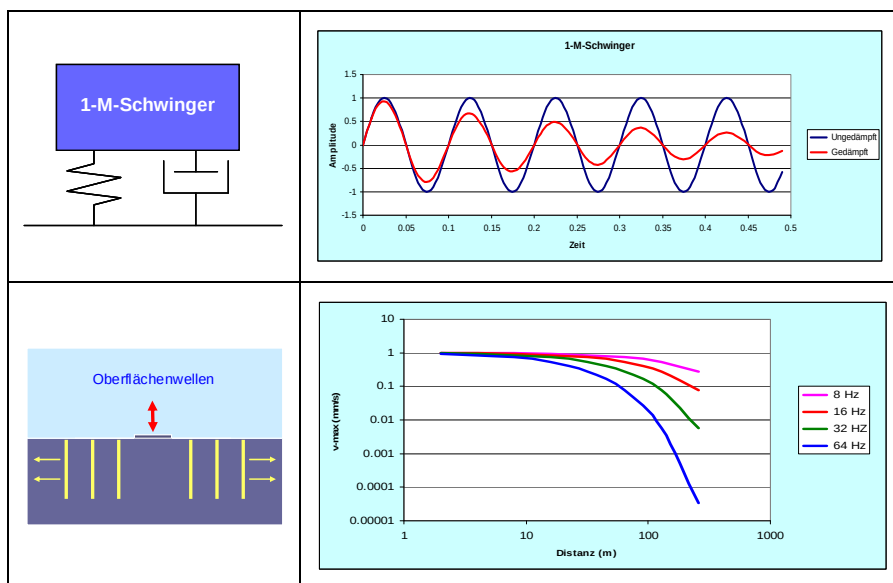


Bild 3.7a Abminderung der Schwingungsamplitude mit der Zeit infolge Dämpfung beim Ein-Massen-Schwinger

Bild 3.7b Abminderung der Schwingungsamplitude mit der Distanz infolge Dämpfung bei Oberflächenwellen

4 Praktische Lösungsansätze

Wie bereits eingangs erwähnt, werden wir – falls wir eine mathematisch exakte Lösung anstreben - beim Boden bereits bei den einfachsten Problemstellungen mit extrem komplizierten mathematischen Formulierungen konfrontiert. Eine Impuls-Last auf einem Halbraum zum Beispiel führt über Laplace-Transformationen und komplizierte Integrale zu einer Lösung, die uns angesichts der Unsicherheit beim Bestimmen der Bodenkennwerte kaum befriedigen wird. Praxisgerechter sind approximative Methoden, die uns erlauben, mit geringem mathematischem Aufwand die häufiger auftretenden Problemstellungen adäquat zu lösen und die Zusammenhänge zu verstehen.

4.1 Ein-Massen-Schwinger-Modelle

Wie bei den Tragstrukturen stellt auch beim Baugrund der Ein-Massen-Schwinger ein geeignetes Hilfsmittel für die Lösung verschiedener Problemstellungen dar. Maschinenfundamente zum Beispiel können mit erstaunlich guter Genauigkeit als Ein-Massen-Schwinger modelliert werden. Mit einer geringfügigen Erweiterung und unter Verwendung von Impedanzfunktionen lassen sich sogar komplizierte Situationen wie eingebettete Fundamente oder geschichtete Böden berechnen. Im Kapitel 5 wird diese Methode näher erläutert.

4.2 Empirische Methoden

Einen wichtigen Stellenwert in der Baugrundndynamik haben die empirischen Modelle. Ausgehend von einfachen Formulierungen, die zwar die wichtigsten physikalischen Gesetzmässigkeiten berücksichtigen, aber weit davon entfernt sind, das zu berechnende System korrekt zu erfassen, werden Gleichungen entwickelt, die wir leicht für die Prognose des Schwingungsverhaltens verwenden können. Typischerweise berücksichtigen solche empirische Gleichungen nur die (hoffentlich) wichtigsten Einflussfaktoren, indem für diese Einflussfaktoren freie Parameter eingeführt werden. Diese freien Parameter werden dann durch statistische Auswertung einer grossen Anzahl Messungen bestimmt. Selbstverständlich ist die Güte einer solchen Prognose nur so gut wie die dabei verwendeten Daten. Liegt in den Grunddaten eine grosse Streuung vor, so wird auch die Prognose mit einer grossen Unsicherheit behaftet sein.

Ein typisches Beispiel für ein solches empirisches Modell ist die Berechnung der Erschütterungsimmissionen beim Schienenverkehr. In seiner einfachsten Form wird die Erschütterung im Gebäude mit einer einfachen Gleichung in der Form von

$$v = v_0 \cdot F_t \cdot F_s \cdot F_b \cdot \left(\frac{r_0}{r} \right)^m F_a \cdot F_d \quad (4.1a)$$

aufgrund der Erschütterung neben dem Gleis (v_0) berechnet. Der einzige physikalische Grundsatz ist im Term $(r_0/r)^m$ enthalten, den wir aus der Abminderung der Wellen im Halbraum kennen. Alle übrigen Parameter, mit denen die Beschaffenheit der Trasse (F_t), der Schienen (F_s), des Bodens unter den Schienen (F_b), der Ankopplungseffekt (F_a) und die Verstärkung der Schwingungen durch Geschossdecken (F_d) berücksichtigt werden, stammen aus der statistischen Auswertung von Messungen. Eine gute Abschätzung der Erschütterungen in einem Gebäude neben der Eisenbahnlinie (ohne Weichen) bei der Durchfahrt von Reisezügen erhält man in der Regel mit folgenden Parametern:

$$v_{\text{RMS}} = 0.08 \text{ mm/s} \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot (8 \text{ m/r})^{1.04} \cdot 0.4 \cdot 4.0 \quad (4.1b)$$

Diese Methode kann noch verfeinert werden, indem Gleichung (4.1a) nicht für die Schwingung als Ganzes, sondern für jedes Terzband einzeln formuliert wird, womit die Frequenzabhängigkeit zahlreicher Phänomene bei der Erschütterungsausbreitung berücksichtigt wird. Die Erschütterung im Wohnzimmer ergibt sich dann – wie in Bild 4.2 schematisch dargestellt – durch sukzessive Multiplikation des Quellspektrums (neben dem Gleis) mit den Transferspektren, die den Weg vom Gleis bis in die Wohnung charakterisieren.

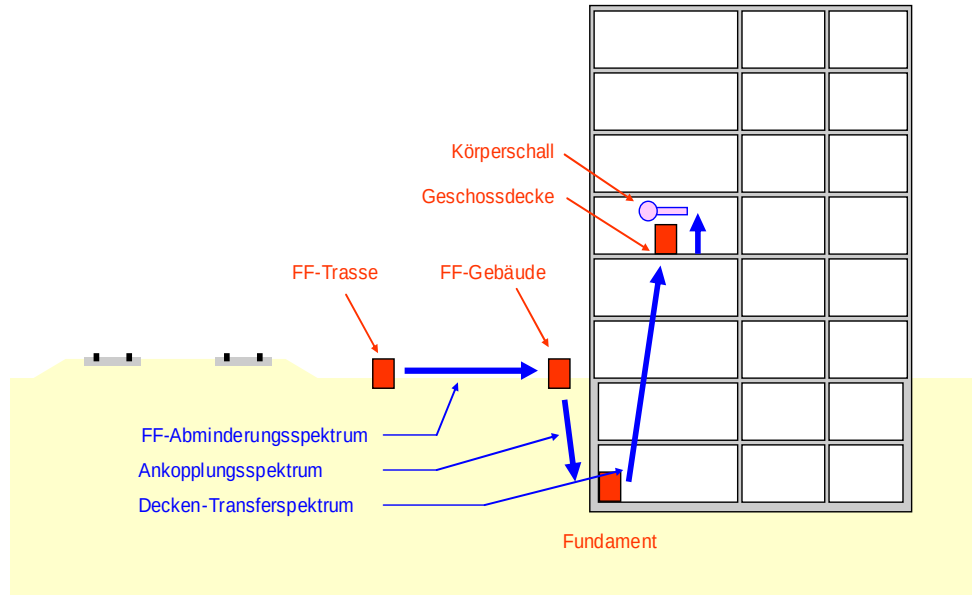


Bild 4.2 Berechnung der Immissionen mit Hilfe von Quell- und Transferspektren

4.3 FE-Modelle

Das FE-Programm PLAXIS ist ein weit verbreitetes Programm für die statische und dynamische Berechnung des Baugrundes bzw. von Tragstrukturen auf oder im Baugrund. Im Beispiel von Bild 4.3 (aus PLAXIS Dynamics Manual Version 7) wird ein Generator analysiert. Neben den üblichen dynamischen Aspekten wie Trägheitskräfte und dynamische Belastung berücksichtigt PLAXIS die Interaktion zwischen dem Fundament und dem umgebenden Boden. Da PLAXIS zwei-dimensional rechnet, wird das Problem als axial-symmetrisch behandelt. Sowohl die Ausbreitung der Wellen (d.h. die geometrische Dämpfung) als auch die Materialdämpfung infolge viskosen Verhaltens des Bodens werden berücksichtigt.

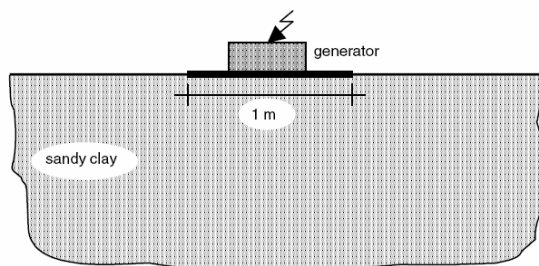


Bild 4.3a Generator auf elastischem Baugrund

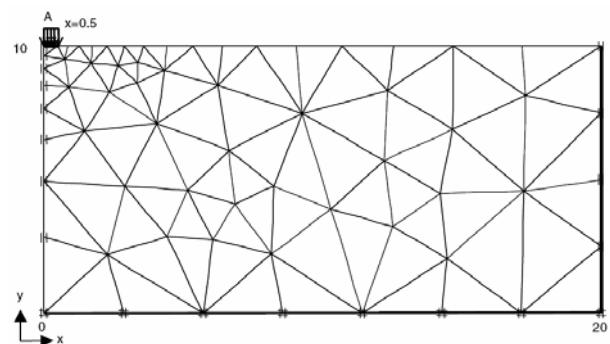


Bild 4.3b FE-Model mit Plaxis

Die Modellierung der FE-Netz-Grenzen ist ein Schlüsselpunkt in der Berechnung. Um Reflexionen an den Modellrändern – die ja in Wirklichkeit nicht auftreten können – zu vermeiden, werden spezielle Randbedingungen eingeführt, damit die Wellen, die den Rand erreichen, absorbiert werden.

5 Maschinenfundamente

5.1 Ein-Massen-Schwinger-Modell

Das dynamische Verhalten eines vertikal angeregten starren Fundamentes lässt sich – wie in Bild 5.1a und b dargestellt – durch ein einfaches Feder-Dämpfer-System approximieren. Die Bewegungsgleichung für ein vertikal schwingendes Fundament ist damit identisch mit der Bewegungsgleichung eines Ein-Massen-Schwingers, d.h. es gilt

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = P(t) \quad (5.1)$$

wobei die Koeffizienten k und c aufgrund der Fundamentgrösse r und der Baugrundparameter G , ν und ρ bestimmt werden. Dieses Modell lässt sich nicht nur für die Vertikalschwingung sondern auch für Horizontal-, Kipp- und Torsionsschwingungen anwenden.

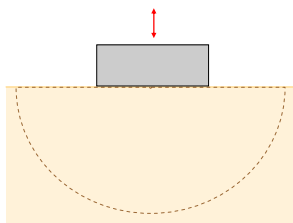


Bild 5.1a Fundamentblock auf elastischem Halbraum

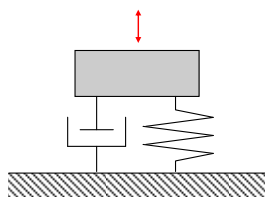


Bild 5.1b Ein-Massen-Schwinger als Ersatzsystem für den Fundamentblock auf elastischem Halbraum

	Vertikal-schwingung	Horizontal-schwingung	Kipp-schwingung	Torsions-schwingung
Steifigkeit	$\frac{4Gr}{1-\nu}$	$\frac{8Gr}{2-\nu}$	$\frac{8Gr^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{16Gr^3}{3}$
Massen-Verhältnis $\bar{B}$	$\frac{m(1-\nu)}{4\rho r^3}$	$\frac{m(2-\nu)}{8\rho r^3}$	$\frac{3I_y(1-\nu)}{8\rho r^5}$	$\frac{I_z}{\rho r^5}$
Dämpfungs-Verhältnis D	$\frac{0.425}{\sqrt{\bar{B}}}$	$\frac{0.29}{\sqrt{\bar{B}}}$	$\frac{0.15}{(1+\bar{B})\sqrt{\bar{B}}}$	$\frac{0.5}{1+2\bar{B}}$
Fiktive zusätzliche Masse	$\frac{0.27m}{\bar{B}}$	$\frac{0.095m}{\bar{B}}$	$\frac{0.24I_y}{\bar{B}}$	$\frac{0.24I_z}{\bar{B}}$

Bild 5.1c Äquivalente Parameter für die Berechnung eines starren Kreisfundamentes auf dem elastischen Halbraum mit Hilfe der Ein-Massen-Schwinger-Analogie

In Bild 5.1c sind die Parameter für die 4 Schwingungsarten des starren Fundamentes zusammengestellt. Die Steifigkeiten sind dabei identisch mit den Steifigkeiten des statischen Falles, die Koeffizienten für die Dämpfung entsprechen der Dämpfung im Resonanzbereich. Die effektive Masse m (bzw. Trägheitsmoment I_y und I_z) berechnet sich, indem man zur Masse von Fundament und Maschine eine zusätzliche fiktive Masse (bzw. Trägheitsmoment) addiert. Damit wird nicht etwa ein Teil des Bodens, der in Phase mit dem Fundament mitschwingt, berücksichtigt, sondern diese zusätzliche Masse ist deshalb nötig, weil die Steifigkeit mit zunehmender Frequenz abnimmt und nicht gleich der statischen Steifigkeit bleibt. Anstatt die Steifigkeit zu reduzieren, wird, was denselben Effekt hat, die Masse erhöht.

In Bild 5.2 sind die mit Hilfe der Ein-Massen-Schwinger-Analogie berechneten Resonanzkurven für ein Gebläsefundament von 124 t Gesamtgewicht (Fundament: 92 t, Gebläse 32 t) dargestellt (vgl. Beispiel in Kapitel 8). Zwischen 8 und 12 Hz treten – vor allem in horizontaler Richtung und infolge Kippen – erhebliche Schwingungen auf. Man sieht, dass die Vertikalschwingung eine sehr starke Dämpfung aufweist, während die Dämpfung der Horizontal- und Kippschwingungen eine Grössenordnung kleiner ist. Dies ist auch einleuchtend, wenn man bedenkt, dass bei der Vertikalschwingung ein wesentlich grösserer Bereich des Bodens angeregt wird als bei der

Kippschwingung. Beim Entwurf eines Maschinenfundamentes ist deshalb darauf zu achten, dass Kippschwingungen möglichst vermieden werden.

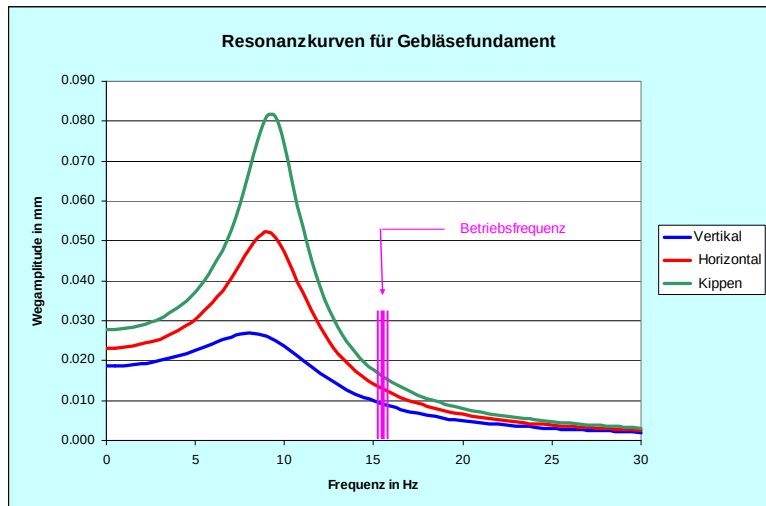


Bild 5.2 Resonanzkurven für Gebläsefundament, berechnet mit Hilfe der Ein-Massen-Schwinger-Analogie

Da das Gebläse nicht auf einem elastischen Halbraum zu stehen kam, sondern auf ein eingebettetes Fundament in einem geschichteten Boden, wurde die Untersuchung ergänzt mit einer Berechnung mittels Impedanzfunktionen (siehe Kapitel 5.2).

5.2 Impedanzfunktionen

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die dynamische Berechnung der starren Platte auf dem elastischen Halbraum mit Hilfe der Ein-Massen-Schwinger-Analogie beschrieben. Das Problem wird dabei – mit Hilfe einer Näherungslösung – zurückgeführt auf die bekannte Bewegungsgleichung

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = P(t) \quad (5.2)$$

wobei für m , c und k frequenzunabhängige Grössen eingesetzt werden. Bei der Impedanzmethode werden dieselben Einmassenschwinger-Gleichungen verwendet, doch werden frequenzabhängige Grössen, die so genannten Impedanzfunktionen, eingesetzt.

Wird ein starres Fundament gemäss Bild 5.3 durch eine harmonische Belastung angeregt, so ergibt sich als stationärer Anteil der Bewegung eine harmonische Schwingung $x(t)$ und dementsprechend eine harmonische Bodenreaktion $R(t)$. Wie in Bild 5.3 angedeutet, verlaufen diese 3 Grössen im Allgemeinen nicht in Phase. Die Bewegungsgleichung für die Vertikalschwingung lautet

$$m\ddot{z} + R(t) = P(t) \quad (5.3)$$

wobei mit m die Gesamtmasse von Fundament und Maschine, mit $R(t)$ die gesamte vertikale Bodenreaktion und mit $P(t)$ die vertikale Anregung bezeichnet wird. Vergleicht man Gl. (5.3) mit der Ein-Massen-Schwinger-Gleichung (5.2), so sieht man, dass Feder- und Dämpfungsterm zusammengefasst sind in $R(t)$.

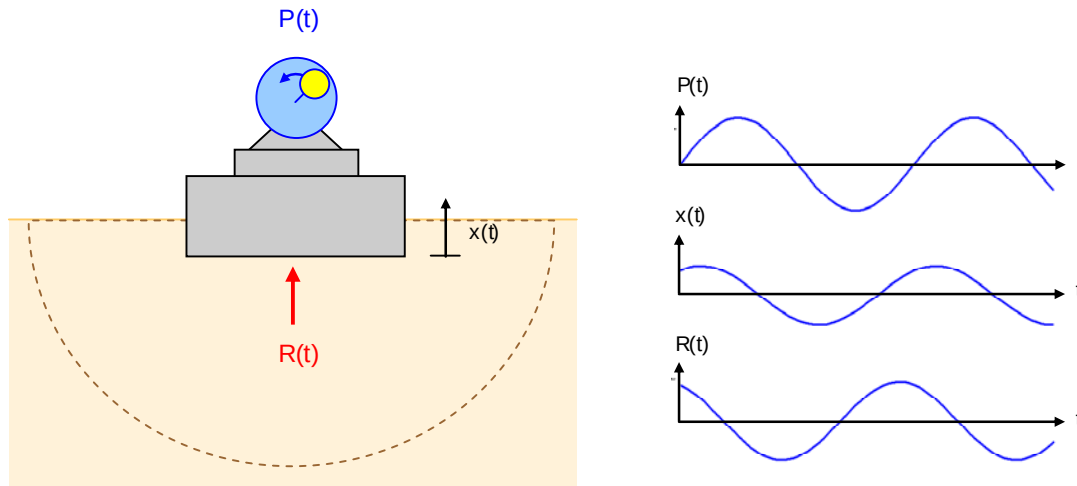


Bild 5.3 Maschinenfundament auf elastischem Halbraum

Bei einer harmonischen Schwingung des Fundamentes, d.h. für $x(t) = x_0 e^{i\omega t}$ ergibt sich auch eine - im Allgemeinen phasenverschobene - Bodenreaktion $R(t) = R_0 e^{i\omega t + \phi}$. Das Verhältnis zwischen $R(t)$ und $x(t)$, das für jede Frequenz einen bestimmten Wert annimmt, wird als Impedanzfunktion bezeichnet

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}(t) / \mathbf{x}(t) \quad (5.4)$$

wobei $\mathbf{K}$ wegen der Phasenverschiebung eine komplex-wertige Grösse darstellt. Im Folgenden werden für Impedanzfunktionen und – falls zur Unterscheidung erforderlich – auch für komplexe Amplituden fettgedruckte Buchstaben verwendet. Mit Gleichung (5.4) lautet die Bewegungsgleichung des starren Fundamentes

$$m\ddot{x}(t) + \mathbf{K}x(t) = P(t) \quad (5.5)$$

was sich, sobald die Impedanzfunktion $\mathbf{K}(\omega)$ vorliegt, einfach lösen lässt.

Bei einem starren Fundament existieren folgende Schwingungen: Die Vertikal- und die Torsionsschwingung sowie die Horizontal- und Kippschwingung. Vertikal- und Torsionsschwingungen sind bei einem Fundament, wie es in Bild 5.3 dargestellt ist, nicht gekoppelt, d.h. die beiden Schwingungen sind unabhängig voneinander. Horizontal- und Kippschwingungen hingegen sind gekoppelt, da die Wirkungslinie der horizontalen Trägheitskraft nicht mit der Wirkungslinie der horizontalen Reaktionskraft zusammenfällt.

Der Berechnungsablauf für die Vertikalschwingung folgt – wie in [5] ausführlich beschrieben – folgendem Muster:

1. Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichung:

$$m\ddot{z}(t) + \mathbf{R}_z(t) = \mathbf{P}_z(t) \quad (5.7)$$

2. Formulierung der Belastung:

$$\mathbf{P}_z(t) = P_z e^{i(\omega t + \varphi_z)} \quad (5.8)$$

3. Formulierung der Bewegung des Fundamentes:

$$\mathbf{z}(t) = z e^{i(\omega t)} \quad (5.9)$$

4. Formulierung der Bodenreaktion:

$$\mathbf{R}_z(t) = \mathbf{R}_z e^{i(\omega t)} \quad (\text{mit } \mathbf{R}_z = \mathbf{K}_z \mathbf{z}) \quad (5.10)$$

5. Einsetzen in Bewegungsdifferentialgleichung (5.7):

$$-m\omega^2 \mathbf{z} + \mathbf{K}_z \mathbf{z} = \mathbf{P}_z e^{i\varphi_z} \quad (5.11)$$

6. Auflösen nach z:

$$\mathbf{z} = (\mathbf{P}_z e^{i\varphi_z}) / (\mathbf{K}_z - m\omega^2) \quad (5.12)$$

Die Berechnung der Vertikalschwingung eines starren Maschinenfundamentes mit Hilfe von Impedanzfunktionen reduziert sich somit auf die Lösung der Gleichung (5.12). Die Torsionsschwingung berechnet sich in analoger Form. Für die Horizontal- und Kippschwingungen werden die Ausdrücke wegen der gegenseitigen Kopplung etwas komplizierter.

In den Gleichungen (5.12a bis d) ist der vollständige Satz von 4 Gleichungen für die 4 möglichen Schwingungsformen eines starren Fundamentblockes zusammengestellt.

$$z = (\mathbf{P}_z e^{i\varphi_z}) / (\mathbf{K}_z - m\omega^2) \quad (5.12a)$$

$$\theta = (\mathbf{M}_z e^{i\varphi_\theta}) / (\mathbf{K}_\theta - I_z \omega^2) \quad (5.12b)$$

$$x = (\mathbf{P}_x \mathbf{K}_\eta^* e^{i\varphi_x} - \mathbf{M}_y \mathbf{K}_{x\eta}^* e^{i\varphi_\eta}) \mathbf{N} \quad (5.12c)$$

$$\eta = (\mathbf{M}_y \mathbf{K}_x^* e^{i\varphi_\eta} - \mathbf{P}_x \mathbf{K}_{x\eta}^* e^{i\varphi_x}) \mathbf{N} \quad (5.12d)$$

mit m = Massen von Fundament und Maschine

I_z = Massenträgheitsmoment bezüglich der vertikalen Achse

I_y = Massenträgheitsmoment bezüglich der horizontalen Hauptachse durch den Massenschwerpunkt

z = Vertikale Bewegung

x = Horizontale Bewegung

θ = Rotation um vertikale Achse

η = Rotation um horizontale Achse

$\mathbf{K}_x^*$ = $\mathbf{K}_x - m\omega^2$

$\mathbf{K}_{x\eta}^*$ = $\mathbf{K}_{x\eta} - \mathbf{K}_x z_s$

$\mathbf{K}_\eta^*$ = $\mathbf{K}_\eta - I_y \omega^2 + \mathbf{K}_x z_s - 2 \mathbf{K}_{x\eta} z_s$

$\mathbf{N}$ = $(\mathbf{K}_x^* \mathbf{K}_\eta^* - \mathbf{K}_{x\eta}^{*2})^{-1}$

Sofern für den zu untersuchenden Fall Impedanzfunktionen vorliegen, ist die Berechnung mit Impedanzfunktionen nicht wesentlich komplizierter als die Lösung mit der Ein-Massen-Schwinger-Analogie. Für eine grosse Anzahl von Fundament-Baugrund-Situationen mit unterschiedlichen Fundamentgrundrissen, Einbettungstiefen und Bodenschichtungen existieren auch bereits Impedanzfunktionen. Eine gute Sammlung von Impedanzfunktionen findet sich z.B. in

[5], [7] und [8]. Hier werden die Impedanzfunktionen in graphischer oder tabellarischer Form für die in Bild 5.4 dargestellten Fälle (und zahlreiche weitere) angegeben.

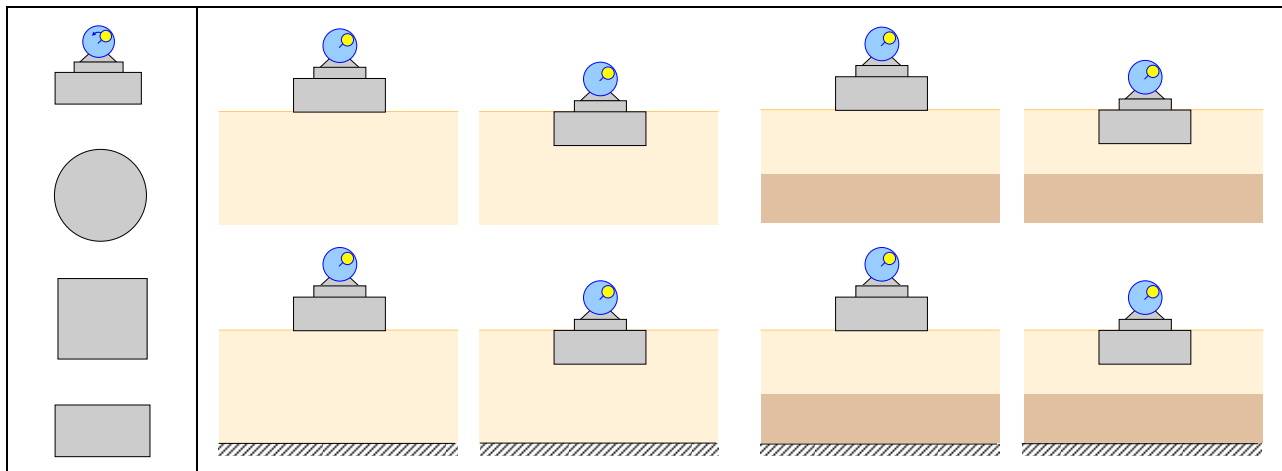


Bild 5.4 Fundamentformen und Baugrund-Konfigurationen

6 Erschütterungsausbreitung beim Schienenverkehr

Die vom Zug verursachten Erschütterungen werden über den Boden auf die Fundamente der umliegenden Gebäude und von hier über die Mauern auf die Wohnräume übertragen. In den Wohnräumen können sich diese Erschütterungen als störende Vibrationen und als Dröhnen (d.h. abgestrahlter Körperschall) manifestieren.

Die Quelle der Erschütterung ist die vom Schienenfahrzeug verursachte zeitvariable Belastung der Schiene. Die Ausbreitung der Erschütterung lässt sich in sechs Abschnitte gliedern:

1. Schiene - Trasse
2. Trasse - Freifeld
3. Freifeld - Fundament
4. Fundament - Aussenmauer
5. Aussenmauer - Geschossdecke
6. Geschossdecke – Körperschall

Die Bereiche 1 bis 5 umfassen die reine Erschütterungsausbreitung, der Bereich 6 das akustische Phänomen der Umwandlung der Gebäude-Erschütterung in sog. Körperschall.

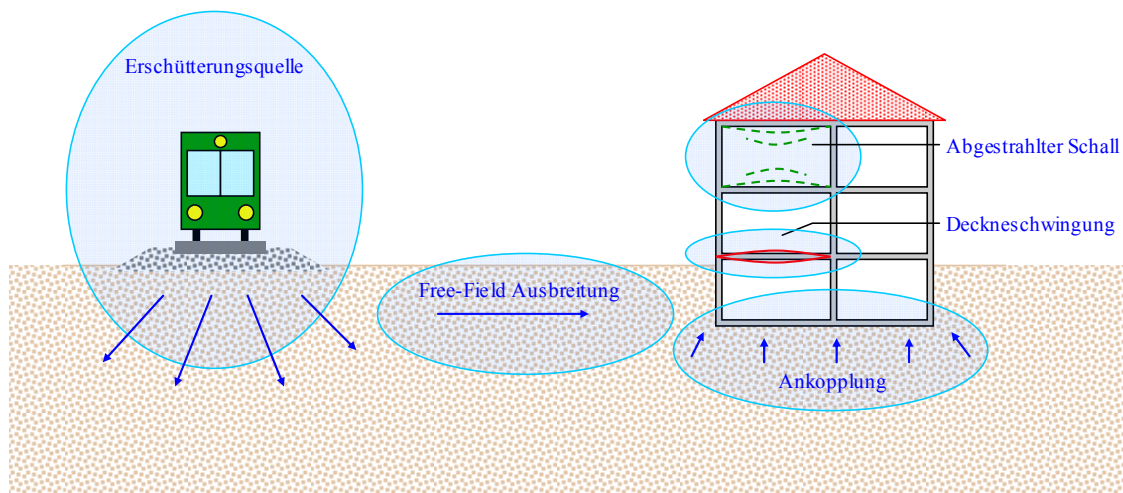


Bild 6.1a Erschütterungsausbreitung beim Schienenverkehr

Die in Bild 6.1b dargestellte Ausbreitungssituation für Erschütterungen beim Schienenverkehr ist zwar die häufigste, doch existieren viele Varianten davon. Das Gebäude kann auf Fels fundiert sein, während die Schienentrasse auf Lockergestein liegt wie in Bild 6.1c. Für eine solche

Situation ergeben sich wesentlich geringere Erschütterungen als beim Standardfall. Umgekehrt kann die Trasse auf Fels liegen und das Gebäude im Lockergestein. Diesen Fall trifft man bei Einschnitten. Schliesslich kann die Eisenbahn unterirdisch verlaufen, was zu einer gänzlich neuen Ausbreitungssituation führt.

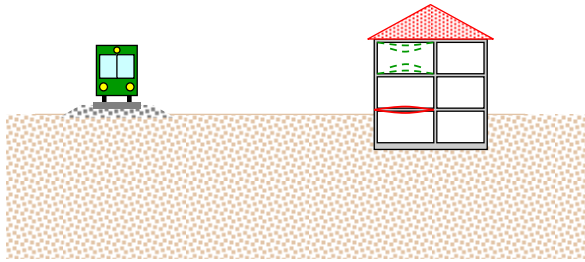


Bild 6.1b Standardfall „Offene Strecke“: Lockergestein - Lockergestein

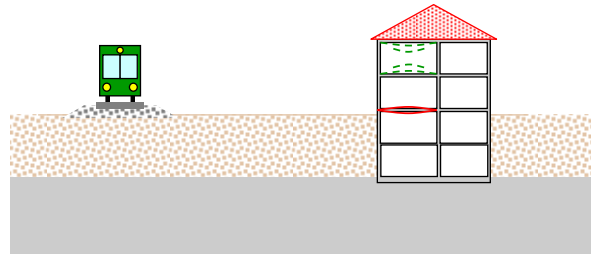


Bild 6.1c Sonderfall „Offene Strecke“: Lockergestein - Fels

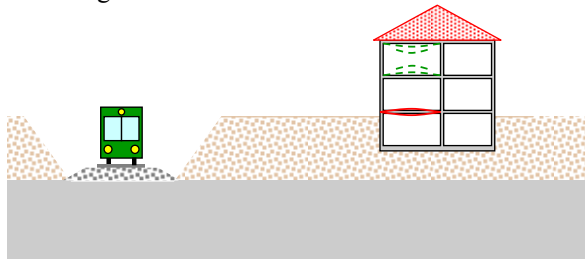


Bild 6.1d Sonderfall „Einschnitt“: Fels - Lockergestein

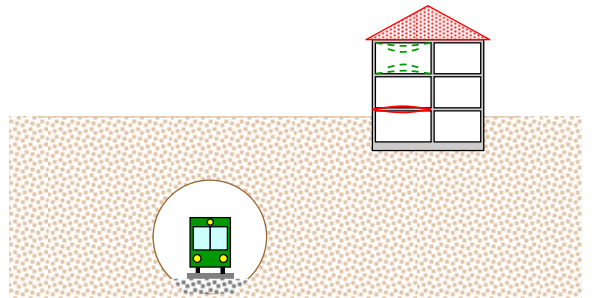


Bild 6.1e Sonderfall „Tunnel“: Lockergestein - Lockergestein

6.1 Erschütterungsquelle

Die Entstehung der Erschütterung beim Schienenfahrzeug ist ein komplexer Vorgang, der bei der Erschütterungsprognose in der Regel nicht explizit berücksichtigt wird. Vielmehr geht man von einem hypothetischen Messpunkt neben dem Gleis in einer Distanz von 8 m von der Gleisachse entfernt aus und bestimmt für diesen Punkt die Einflüsse wie Zugtyp, Gleisbeschaffenheit oder Gleis-Untergrund.

Die wichtigsten Einflussfaktoren bei der Entstehung der Erschütterung sind:

- Fahrzeugschwingungen, die durch Achslasten und Federung bestimmt werden
- Radunebenheit, die primär durch die Art der Bremsen (Klotzbremsen – Scheibenbremsen) beeinflusst wird
- Gleisunebenheiten (Riffelbildung, Kurven, Untergrund)
- Weichen und Stösse
- Steifigkeit des Untergrundes



Bild 6.2 Entstehung von Erschütterungen durch Weichen und Stösse

Grundsätzlich kann die Erschütterungsquelle oder vielmehr die Erschütterung beim Referenzpunkt neben dem Gleis als Zeitsignal, als Spektrum oder in Form einer charakteristischen Grösse wie v_{RMS} , v_{max} oder K_B -Wert dargestellt werden. In zahlreichen Prognoseverfahren wird die Darstellung als Terzband-Spektrum, wie es in Bild 6.3 dargestellt ist, verwendet.

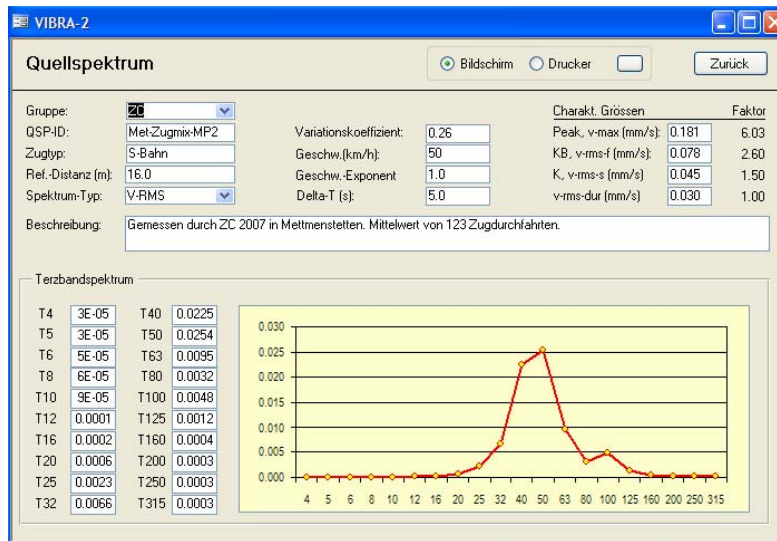


Bild 6.2 Darstellung des Quellspektrum im Programm VIBRA-2

6.2 Erschütterungsausbreitung

Bild 6.3 zeigt die Ergebnisse von Erschütterungsmessungen in Dänikon neben der Eisenbahnlinie Zürich – Bern. Offensichtlich liegen die Messpunkte bei doppelt-logarithmischer Darstellung alle auf einer Linie und ergeben für den Peakwert einen Exponenten von 1.04.

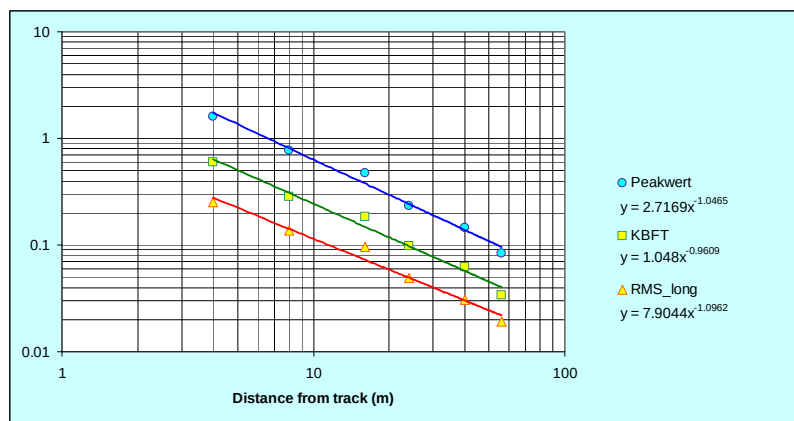


Bild 6.3 Ausbreitung im Lockergestein

Ein Vergleich mit Bild 3.6 lässt vermuten, dass es sich bei der Eisenbahnerschütterung um eine Raumwelle einer Linienquelle handelt, die praktisch keine Materialdämpfung aufweist. Realistischer ist hingegen die Annahme einer Oberflächenwelle mit Materialdämpfung, die in Gleisnähe von einer Linienquelle verursacht wird und in grösseren Gleisdistanzen eher als Punktquelle zu betrachten ist. Eine eindeutige Zuordnung dürfte wohl nicht möglich sein.

Interessant bei diesem Vergleich ist, dass man mit dem Ansatz der einfachen Abminderungsfunktion von Gleichung (6.1)

$$v = v_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^n \quad (6.1)$$

eine sehr gute Approximation der wirklichen Ausbreitungsverhältnisse erreicht. Allerdings ist Gl. (6.1) nur für die frequenz-unabhängige Modellierung des Abminderungsverhaltens einsetzbar.

Bild 6.4 zeigt die starke Frequenz-Abhängigkeit der Wellenausbreitung am Beispiel der Messung in Dänikon. Der Exponent n in Gleichung (6.1) ist nun keine Konstante mehr, sondern ist frequenz-abhängig und variiert zwischen 0.31 und 2.17. Der für den Peak-Wert bestimmte Exponent von $n = 1.04$ liegt ziemlich im Mittelfeld der frequenz-abhängigen Exponenten (siehe Bild 6.4).

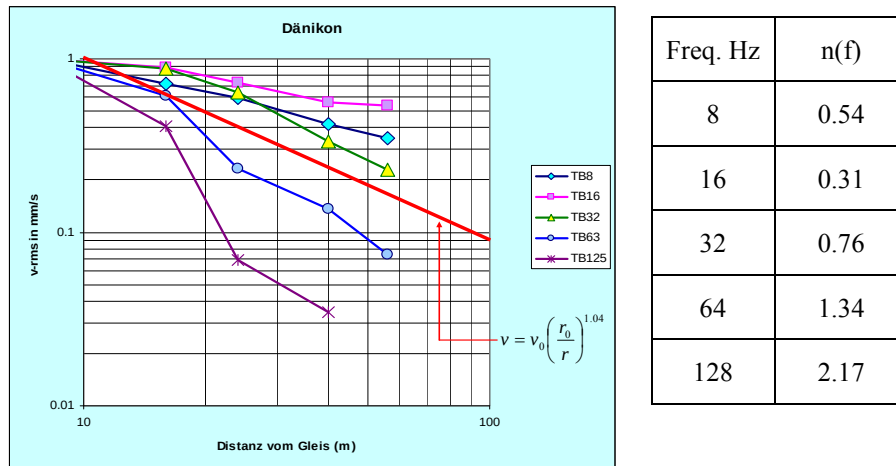


Bild 6.4 Frequenz-abhängige Ausbreitung im realen Boden

Ob nun die frequenz-abhängige Ausbreitung besser mit der einfachen Ausbreitungsgleichung (6.2) oder mit der – physikalisch korrekteren – Gleichung (3.29) modelliert wird, lässt sich aufgrund der Daten in Bild 6.4 nicht bestimmen. Aus praktischer Sicht wird man sich eher für Gleichung (6.2) d.h. für

$$v = v_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^{n(f)} \quad (6.2)$$

entscheiden, da hier nur ein freier Parameter zu bestimmen ist.

In Bild 6.5 ist das Ergebnis der statistischen Auswertung von 7 Frei-Feld-Messungen zusammengefasst. Der Mittelwert, dargestellt als blaue Linie, lässt sich durch die idealisierte rote Linie approximieren.

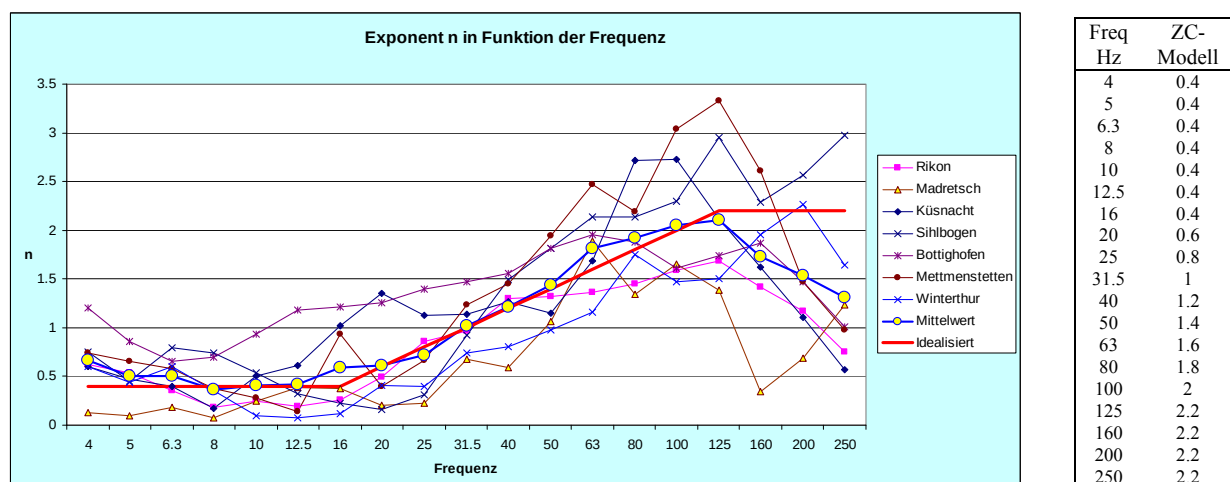


Bild 6.5 Frequenz-abhängige Exponenten für Frei-Feld-Abminderung

6.3 Erschütterungsübertragung auf Gebäude

Beim Übergang vom Baugrund auf das Gebäude werden die Erschütterungen in der Regel abgemindert. Einen guten Einblick in das als „Ankopplungseffekt“ bezeichnete Phänomen gibt uns das üblicherweise für Maschinenfundamente angewendete 1-Massen-Schwinger-Modell auf einem idealen Halbraum. Der Boden wird dabei als ein Feder-Dämpfungselement modelliert, dessen Steifigkeit und Dämpfung sich aus den Boden-Kennwerten, der Grundfläche des Fundamentes und der Masse berechnet.

Wie in Bild 6.6 dargestellt, lässt sich ein Einfamilienhaus oder ein Mehrfamilienhaus mit den in Bild 6.7 angegebenen Werten als einfacher Block auf einem Halbraum modellieren. Die Schwingungen, die vom Baugrund auf das Gebäude übertragen werden, lassen sich mit der Übertragungsfunktion für den 1-Massen-Schwinger berechnen und in Funktion der Frequenz darstellen (Bild 6.8).

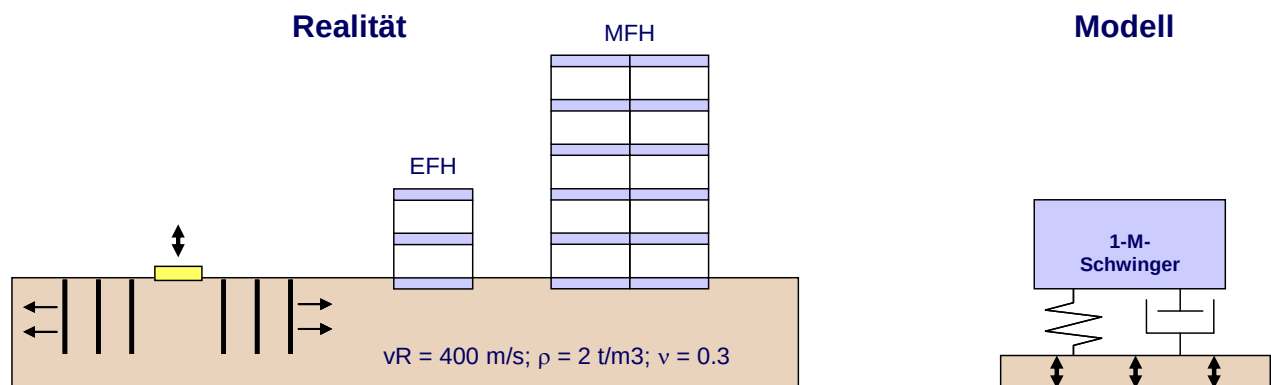


Bild 6.6a Modellierung eines Gebäudes als 1-M-Schwinger zur Bestimmung des Ankopplungsfaktors

	EFH	MFH
L x B	10 x 10 m	20 x 20 m
M	250 t	8000 t
f	20 Hz	5 Hz
D	1.02	1.44

Bild 6.6b 1-M-Schwinger-Parameter für EFH und MFH

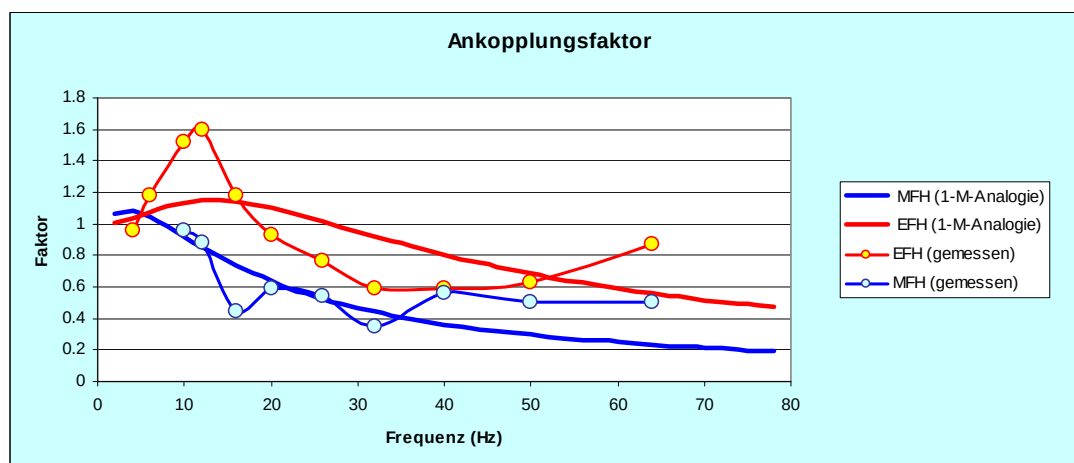


Bild 6.7 Vergleich der Übertragungsfunktion aus der 1-M-Analogie mit der empirisch ermittelten Ankopplungsfunktion

In Bild 6.7 erkennen wir eine gute Übereinstimmung zwischen der 1-M-Schwinger-Analogie und der empirisch ermittelten Ankopplungsfunktion. Der Vergleich liefert auch die Erklärung für die Verstärkung, die man bei Einfamilienhäusern bei tiefen Frequenzen beobachtet: Es handelt sich um eine Resonanz-Erscheinung. Bei Mehrfamilienhäusern tritt dieses Phänomen nicht auf,

da die Resonanzfrequenz viel tiefer liegt. Anhand von Bild 6.7 lässt sich auch erklären, warum Mehrfamilienhäuser in Gleisnähe einen kleineren Ankopplungsfaktor aufweisen als solche, die sich in einer grösseren Distanz vom Gleis befinden. Bei den weiter entfernten Gebäuden ist die Anregung tieffrequenter, was gemäss Bild 6.7 einen höheren Ankopplungsfaktor ergibt.

Bild 6.8 zeigt ein typisches Ankopplungsspektrum, das als Mittelwert von 19 Messungen gebildet worden ist.

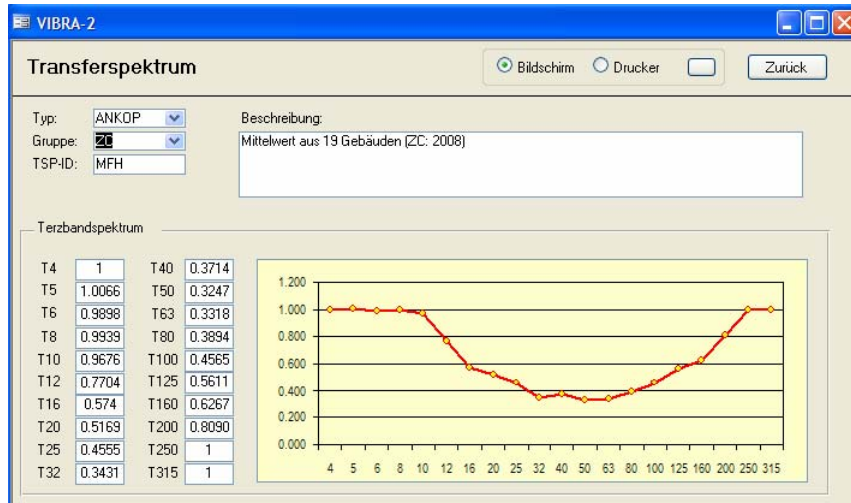


Bild 6.8 Ankopplungsspektrum als Mittelwert von 19 Messungen [9]

6.4 Schwingungsverstärkung durch Geschossdecken

Das Schwingungsverhalten der Geschossdecke gehört zwar nicht mehr zum Themenkreis „Baugruddynamik“, doch bildet es zumeist den wichtigsten Einflussfaktor in der gesamten Übertragungskette. Eine Geschossdecke kann in erster Näherung sehr gut als 1-Massen-Schwinger modelliert werden. Die Eigenfrequenz einer Betondecke ergibt sich aus der Plattengleichung:

$$f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[\frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2} \quad (6.3)$$

Für eine typische Geschossdecke im Wohnungsbau mit $h = 0.18$ m und aufgelegten Plattenrändern ergeben sich, wie in Bild 6.9 dargestellt, Grundfrequenzen zwischen 20 und 50 Hz und erste Oberfrequenzen zwischen 50 und 100 Hz: Die Verstärkung lässt sich aus den Resonanzkurven des 1-M-Schwingers in Bild 6.9 ablesen. Bei 5 % Dämpfung ergibt sich bei der Resonanzfrequenz ein Verstärkungsfaktor 10.

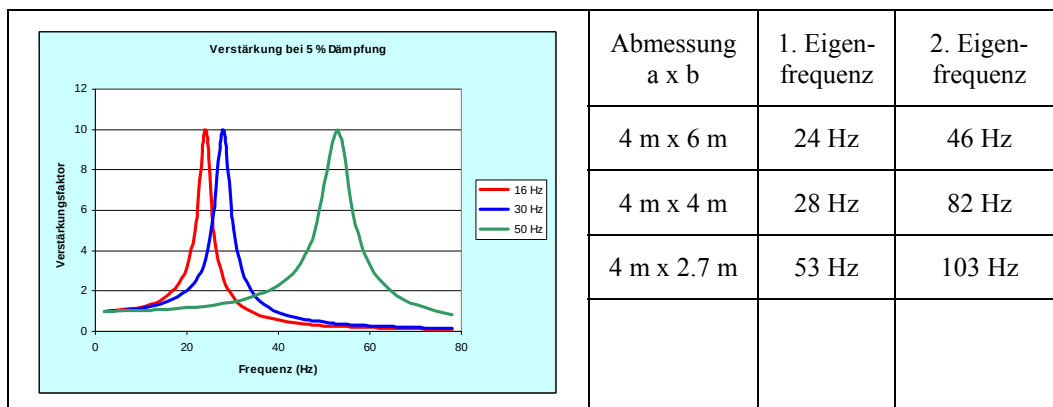


Bild 6.9. Eigenfrequenzen bei typischen Decken im Wohnungsbau

Es ist zu beachten, dass diese Verstärkung um einen Faktor 10 nur in einem eng begrenzten Frequenzbereich auftritt. Bezogen auf die gesamte Erschütterung liegt der Verstärkungsfaktor natürlich wesentlich tiefer. Bei Betondecken liegt die Verstärkung in der Regel zwischen 2 und 4 und bei Holzdecken zwischen 3 und 6. Bild 6.10 zeigt ein typisches Deckenspektrum, das als Mittelwert von 7 Messungen auf Betondecken mit Eigenfrequenzen zwischen 25 und 35 Hz gebildet worden ist.

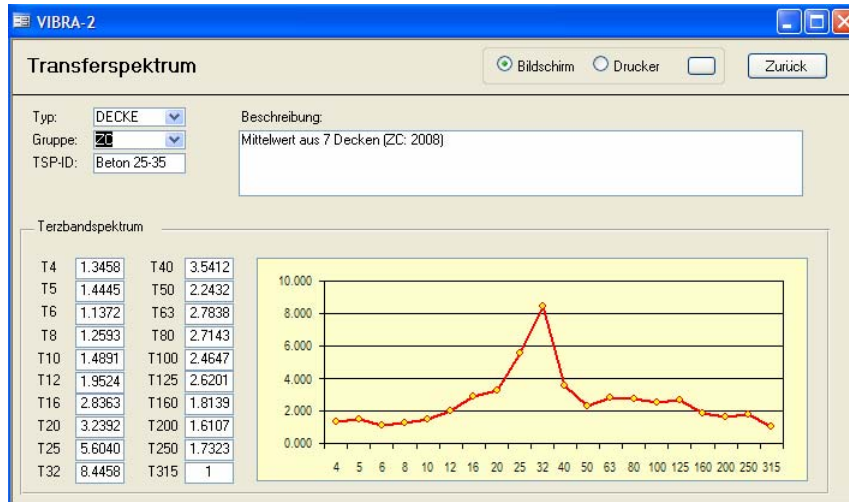


Bild 6.10 Deckenspektrum als Mittelwert von 7 Messungen [9]

7 Erdbebenprobleme

7.1 Erschütterungsverstärkung durch den Baugrund

Erdbebenwellen wandern vom Erdbebenherd durch die Felsschichten und gelangen durch die Lockergesteinsschichten in unsere Gebäude. Da die Wellengeschwindigkeiten in den Lockergesteinsschichten wesentlich tiefer sind als in den darunter liegenden Felsschichten, werden die Wellenfronten abgelenkt und es entstehen vorwiegend horizontale Scherwellen, wie in Bild 7.1 skizziert.

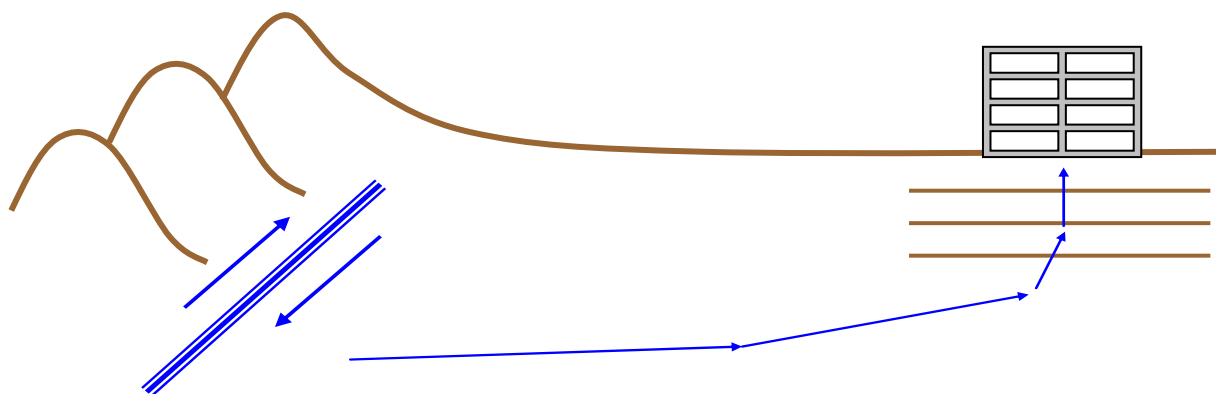


Bild 7.1 Entstehung von horizontalen Scherwellen

Für den idealisierten Fall mit einer homogenen Lockergesteinsschicht über einer Felsschicht, wie in Bild 7.2 dargestellt, können wir das Ergebnis des einfachen Schubträgers aus Gleichung (3.20) verwenden.

$$\lambda_n = \frac{(2n-1)\pi v}{2l} ; n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.20)$$

Die erste Eigenfrequenz ergibt sich somit zu

$$\lambda_1 = \frac{\pi v}{2l} \quad (7.1)$$

womit wir bei einer Schichtmächtigkeit von $l = 25 \text{ m}$ und einer Scherwellengeschwindigkeit in der Lockergesteinsschicht von $v_s = 200 \text{ m/s}$ eine Eigenkreisfrequenz von $\lambda = 12.57 \text{ rad/s}$ und eine Frequenz von 2 Hz erhalten. Dies bedeutet, dass an diesem Standort Gebäude mit einer Eigenfrequenz von 2 Hz besonders gefährdet sind. Selbstverständlich sind die Verhältnisse in Wirklichkeit selten so einfach und man wird für die Berechnung Computerprogramme einsetzen, die auch kompliziertere Schichtungen und nicht-lineares Verhalten des Bodens berücksichtigen können. Das Grundprinzip der Berechnung bleibt jedoch das gleiche.

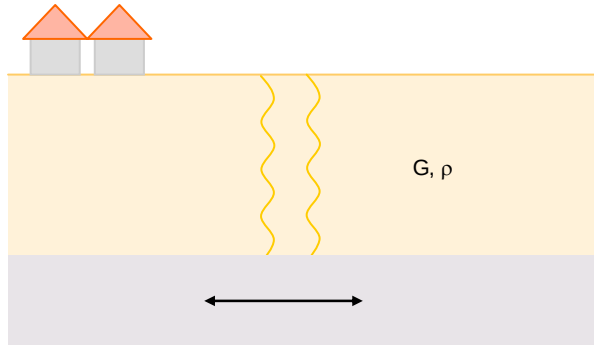


Bild 7.2a Idealisierter Fall mit einer homogenen Lockergesteinsschicht über einer Felsschicht

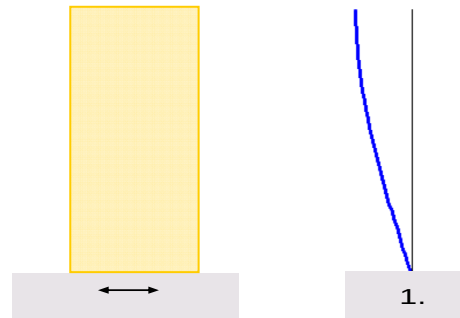


Bild 7.2b Unten fixierter Schubträger mit Horizontalanregung

7.2 Dynamischer Erddruck

Bei der Berechnung des dynamischen Erddruckes wird zumeist auf ein pseudo-statisches Verfahren zurückgegriffen. Dabei wird das von Rankine um 1870 für den statischen Fall entwickelte Verfahren zur Berechnung des aktiven und passiven Erddruckes erweitert um eine zusätzliche Kraft, welche die Trägheitskraft des aktiven bzw. des passiven Erdkeils darstellt. Dieses Verfahren, um 1926 von Okabe und Mononobe entwickelt, ist in Bild 7.2 schematisch für den aktiven Erddruck dargestellt.

Neben den drei Kräften W (Eigengewicht des aktiven Erdkeils), F (Reaktionskraft auf der Gleitfläche) und P (Resultierende des Erddruckes) wirkt bei einer horizontalen Erdbeschleunigung in Richtung des abgestützten Erdreichs eine zusätzliche Kraft $k \cdot W$, die dem Produkt aus Masse $\times$ Horizontalbeschleunigung entspricht. Dadurch vergrößert sich der Erddruck P , da die Summe aller Kräfte Null ergeben muss.

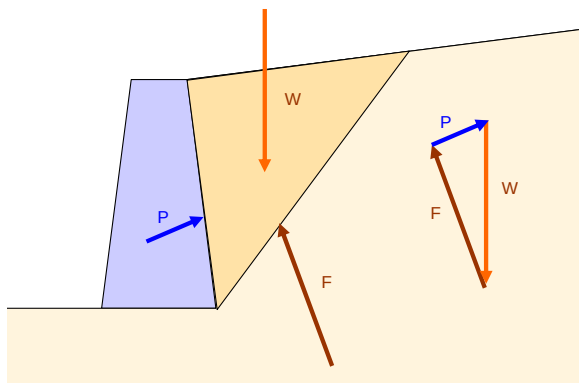


Bild 7.3a Kräftepolygon für die Berechnung des aktiven Erddrucks beim statischen Fall

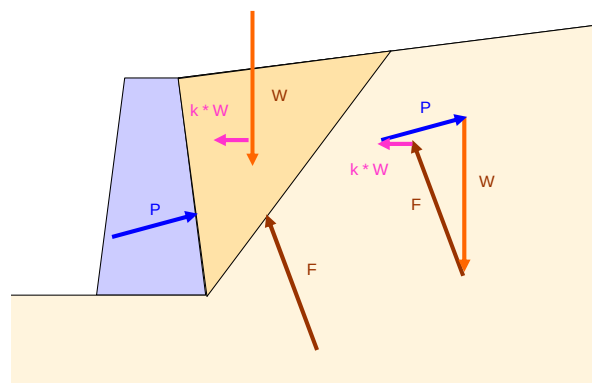


Bild 7.3b Kräftepolygon mit zusätzlicher Horizontalkraft zur Berücksichtigung des Erdbebens

Das in Bild 7.3 dargestellte Verfahren ist sicherlich eine starke Vereinfachung gegenüber der Wirklichkeit. Doch ähnlich wie beim Ersatzlastverfahren für Bauwerke, das im Prinzip die dynamischen Kräfte aus der ersten Eigenform als statische Ersatzlast einführt, ergibt die Methode von Okabe und Mononobe genügend genaue Ergebnisse [4].

7.3 Dynamische Böschungsstabilität

Ähnlich wie beim dynamischen Erddruck behilft man sich bei der Berechnung der dynamischen Böschungsstabilität ebenfalls der pseudo-statischen Methode. Das Gleichgewicht wird nach üblichen statischen Verfahren formuliert. Zusätzlich wird die quasi-statische Ersatzkraft $k \cdot W$ (in Bild 7.4a) eingeführt. Überschreitet die Summe der treibenden Kräfte die rückhaltende Kraft S , so ist mit einem Abgleiten der Böschung zu rechnen. Um die Größenordnung des Abgleitens abzuschätzen, wird ein Ersatzsystem, bestehend aus einem Block auf einer Gleitfläche, gebildet. Die Neigung der Gleitfläche ist dabei gleich der Neigung der rückhaltenden Kraft S .

Der Verschiebungsweg ergibt sich schliesslich als Fläche zwischen dem Geschwindigkeitsverlauf der Bodenbewegung und der Linie, welche die kritische Beschleunigung a darstellt, d.h. die Beschleunigung, bei welcher der Block zu gleiten beginnt [6].

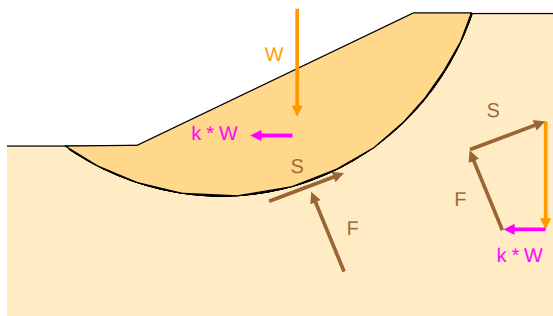


Bild 7.4a Kräftepolygon für die Berechnung der Böschungsstabilität

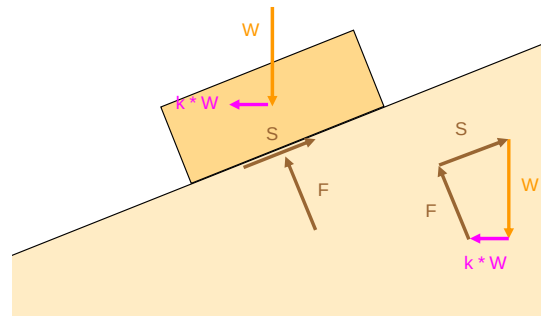


Bild 7.4b Ersatzblock mit gleichen Kräften wie für die Böschung

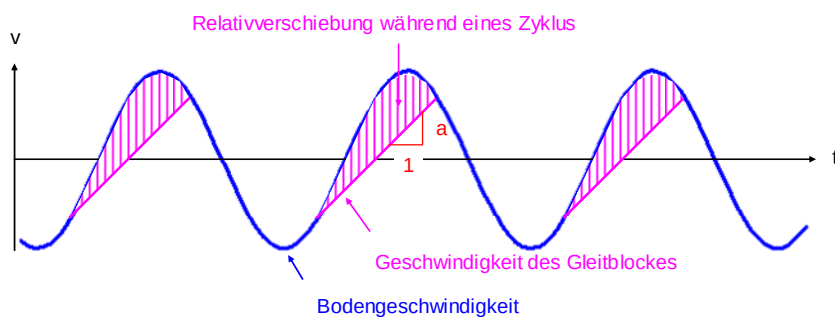


Bild 7.4c Darstellung der Relativverschiebung bei Gleiten infolge zyklischer Bodenbeschleunigung

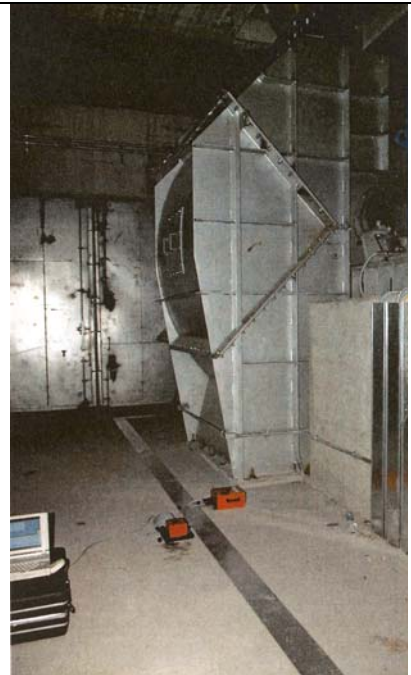
8 Dynamik-Probleme in der Praxis

Gebläsefundament für eine Entstaubungsanlage

Bei der Firma Von Moos in Emmenbrücke war eine Entstaubungsanlage für die Giesserei geplant. Dazu gehört ein riesiges Gebläse mit einem Gesamtgewicht von 32 t. Als Fundamentblock war ein Betonblock mit den Abmessungen 6.6 m x 3.6 m x 1.0 m (L x B x H) vorgesehen. Die Masse des projektierten Fundamentblocks betrug 92 t. Die Achse des Impellers liegt auf einer Höhe von 2.4 m über der Oberkante Fundamentblock.

Der Baugrund besteht bis in eine Tiefe von 3 m unterhalb OK-Fundament aus siltigem Feinsand, darunter folgt Fluss-Schotter. Der Grundwasserspiegel liegt 4 m unterhalb OK-Fundament. Die rotierende Masse beträgt 3.87 t, die Drehzahl 984 U/Min. Die Exzentrizität liegt bei ausgewuchteter Maschine bei 0.06 mm, bei nicht ausgewuchteter Maschine bei 0.20 mm.

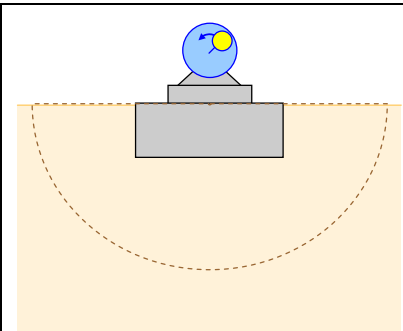
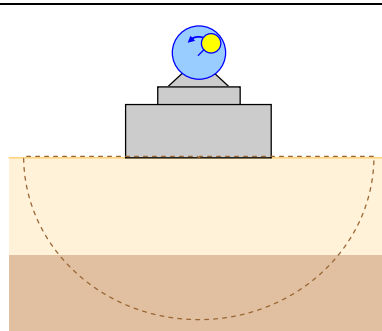
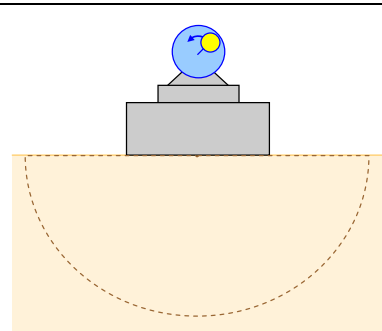
Die Aufgabe für den Baudynamiker bestand nun darin, zu überprüfen, ob das solcherart geplante Fundament störende Erschütterungen verursachen könnte.



Gebläse für Entstaubungsanlage

Für die Berechnung der Schwingungen wurde die Methode der Impedanzfunktionen für starre Fundamente angewendet. Es wurden folgende Modelle durchgerechnet:

- A: Kreisförmiges Fundament auf elastischem Halbraum; $v_s = 150$ m/s
- B: Kreisförmiges Fundament auf geschichtetem Halbraum; $v_{s1} = 150$ m/s. $v_{s2} = 260$ m/s
- C: Kreis-Fundament eingebettet in elastischem Halbraum; $v_s = 150$ m/s



Die Berechnungen mit der Impedanzmethode zeigten, dass mit den projektierten Fundamentabmessungen mit maximalen Vertikalschwingungen von 0.5 mm/s und Horizontalschwingungen von 1.5 mm/s zu rechnen ist. Durch Vergrößerung des Fundamentes um je 1 m in Breite und Länge und um 0.5 m in Höhe reduzieren sich die Vertikalschwingungen auf 0.2 mm/s und die Horizontalschwingungen auf 0.6 mm/s.

Ausgeführt wurde – wegen begrenzter Platzverhältnisse – ein Fundament, das lediglich um 0.5 m breiter und 0.5 m höher war. Die durchgeführten Messungen ergaben schliesslich maximale Vertikalschwingungen von 0.31 mm/s und maximale Horizontalschwingungen von 0.55 mm/s. Die Übereinstimmung mit dem Rechenmodell war zufriedenstellend, doch hätte man ein etwas konservativeres Resultat erwartet.

Literatur

- [1] Richart, F.E., Hall, J.R. und Woods R. D. (1970). *Vibrations of Soils and Foundation*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey
- [2] Prasad, B.B. (2009). *Soil Dynamics and Vibration Engineering*, PHI Learning, New Delhi
- [3] Bundesamt für Zivilschutz (1964), *Handbuch der Waffenwirkungen für die Bemessung von Schutzbauten*.
- [4] Kramer S.L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Upper Sadle River, New Jersey
- [5] Gazetas G. (1983). *Analysis of machine foundation vibrations: state of the art*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1983, Vol.2, No. 1
- [6] Departement of Defense, USA (1997). *Soil Dynamics and Special Design Aspects*, MIL-HDBK-1007/3
- [7] Wong H.L. und Luco J.E. (1985), *Tables of impedance functions for square foundations on layered media*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1985, Vol.4, No. 2
- [8] Sieffert J-G. und Cevaer F. (1991), *Handbook of Impedance Functions*, Ouest Editions Presses Académiques, Nantes
- [9] VIBRA-1-2-3: *Prognose von Erschütterungs- und Körperschallimmissionen*, ZIEGLER CONSULTANTS, Zürich