

Digitale Signalverarbeitung bei Erschütterungsmessungen

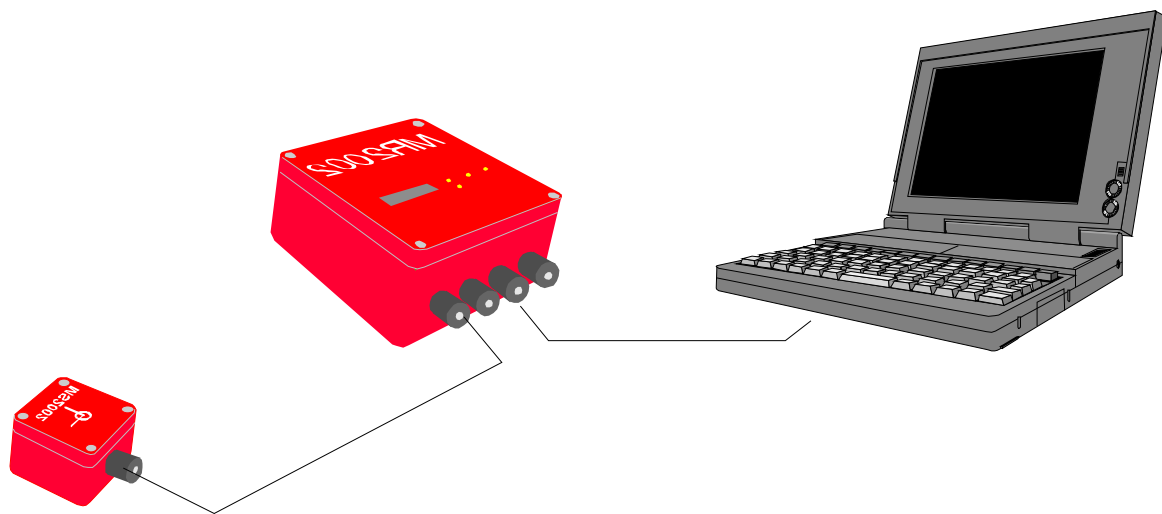
Dr. A. Ziegler; ZIEGLER CONSULTANTS, Zürich

1 Von der Erschütterung zum Messbericht

Wenn wir mit dem MR2002 Erschütterungsmessungen durchführen, durchlaufen die Messdaten – ohne dass wir davon speziell Kenntnis nehmen – einen sehr komplizierten Weg von der Erschütterung am Messort bis zur Darstellung der Messdaten im Messbericht. Die genaue Kenntnis der dabei ablaufenden Vorgänge ist für die Messung zwar nicht unbedingt erforderlich, doch hilft sie, den MR2002 optimal einzusetzen.

1.1 Die Messkette am Beispiel des MR2002

Die äussere Erscheinung unseres Messgerätes sagt uns – wie Bild 1.1 zeigt – dass unsere Messkette aus den Komponenten Schwingungssensor, Schwingungsrecorder und PC besteht.



Messkette beim MR2002				
Sensor		Motion Recorder MR2002		PC mit VIEW2002
Analog		Analoger Teil	Digitaler Teil	Digital
MS2003 (v) MS2002 (a)		Filter Verstärker	Speichern u.v.a.m.	Frequenzanalyse u.v.a.m.
Analoger Teil			Digitale Teil	

Bild 1.1 Erschütterungsmesskette am Beispiel des MR2002

Für unsere nachfolgenden Betrachtungen ist allerdings eine andere Aufteilung, nämlich die Aufteilung in einen *analogen* und in einen *digitalen* Teil von noch grösserer Bedeutung. Im analogen Teil existieren die gemessenen Schwingungen als kontinuierliche Signale z.B. in Form von zeitlich veränderlichen Spannungen. Im digitalen Teil sind die Schwingungen diskretisiert, d.h. sie existieren als Zahlenreihen. In regelmässigen Zeitintervallen wird bei der Digitalisierung der momentane Wert der Spannung in eine Zahl umgewandelt und abgespeichert, wodurch die erwähnten Zahlenreihen als Ersatz des kontinuierlichen Spannungssignals entstehen. Die beiden Bereiche, d.h. der analoge und der digitale Bereich, sind sozusagen zwei verschiedene Welten. In jedem Bereich gelten bestimmte Gesetzmässigkeiten und es

existieren auch spezifische Fehlerquellen. In jedem Bereich sind bestimmte Aufgaben bei der Signalverarbeitung durchzuführen und was man im analogen Bereich versäumt hat, kann man nicht einfach im digitalen Bereich nachholen.

1.2 Der analoge Teil

Der analoge Teil umfasst den Erschütterungssensor, die analoge Signalaufbereitung und natürlich das Kabel dazwischen. Wir gehen einmal davon aus, dass der Sensor ein korrektes, der Schwinggeschwindigkeit proportionales Spannungssignal abgibt. Das Spannungssignal wird über das Sensorkabel zum Recorder geleitet. Und hier können schon die ersten Fehler auftreten: Analoge Signale – speziell in langen Kabeln – können durch elektromagnetische Einflüsse verändert werden. Bei digitalen Signalen existiert dieses Problem nicht. Deshalb soll das Sensorkabel immer möglichst kurz gewählt werden.

Kommt das analoge Signal – hoffentlich unverfälscht – beim Recorder an, so darf es noch nicht direkt digitalisiert werden, sondern muss zuerst durch den sogenannten Signal-Conditioner aufbereitet werden. Dazu gehören im allgemeinen zwei Schritte:

- die Tiefpassfilterung mit dem sog. Anti-Aliasing-Filter und
- die Verstärkung (falls erforderlich)

Diese beiden Schritte müssen im analogen Teil vorgenommen werden und können nicht später im digitalen Teil nachgeholt werden.

Das Anti-Aliasing-Filter ist ein Tiefpassfilter, das nur die Frequenzen unterhalb der halben Abtastrate des AD-Wandlers passieren lässt. Beim MR2002 z.B. hat das Anti-Aliasing-Filter für eine Abtastrate von 400 s/s (Messwerte pro Sekunde) eine Eckfrequenz von 156 Hz, bei 800 s/s eine solche von 315 Hz. Auf die Bedeutung des Anti-Aliasing-Filter wird im Kapitel 2.1 noch näher eingegangen.

1.3 Der digitale Teil

Die Schnittstelle zwischen dem analogen und dem digitalen Teil bildet der Analog-Digital-Wandler, kurz AD-Wandler genannt. Er berechnet in regelmässigen Zeitintervallen, z.B. jede Millisekunde, aus dem momentanen Spannungswert eine entsprechende Zahl. Dabei werden, um die erforderlichen hohen Geschwindigkeiten zu erreichen, nur ganzzahlige Werte (Integer) verwendet. Der 16-Bit AD-Wandler im MR2002 teilt den Messbereich von -2.5 V bis $+2.5\text{ V}$ auf in 2^{16} d.h. in $65\cdot 536$ Intervalle ein.

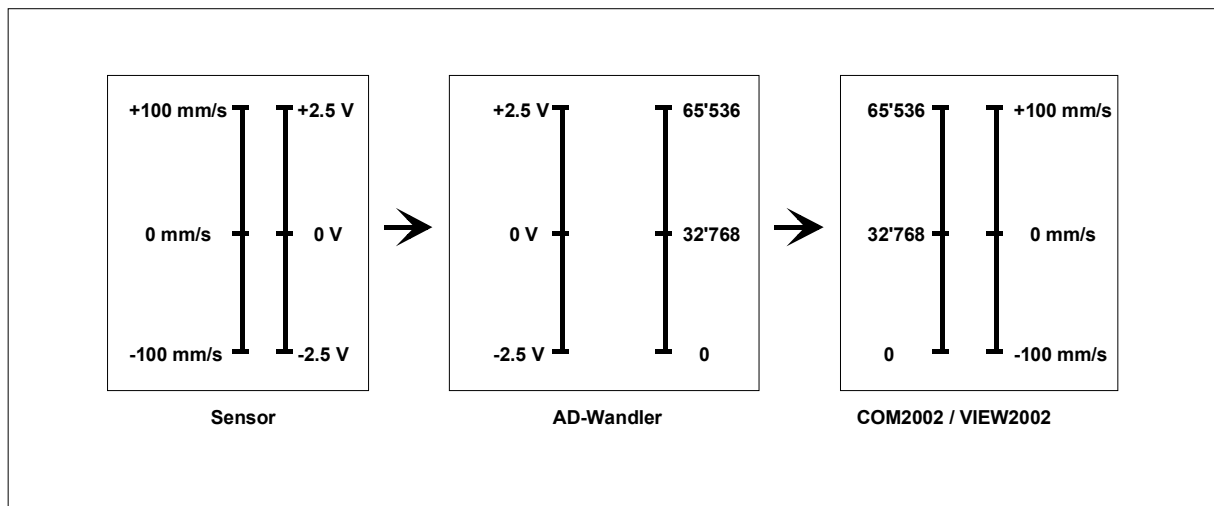


Bild 1.2 Der Weg von mm/s über Volt und Integerzahlen zu mm/s

Der kleinste Schritt umfasst dadurch eine Intervallgrösse von 0.0763 mV oder 0.0035 mm/s. Im MR2002 werden die Messdaten somit als Zahlenreihen mit Zahlen zwischen 0 und 65'536 abgespeichert. Erst die anschliessende Signalverarbeitung im Programm COM2002 oder im VIEW2002 werden daraus wieder mm/s oder mm/s².

1.4 Datenauswertung

Der letzte Schritt im Messablauf ist die Datenauswertung z.B. mit dem Programm VIEW2002. Hier werden Rechenverfahren wie digitale Frequenzanalyse, digitale Filter usw. verwendet. Und hier kann eine gewisse Kenntnis der Hintergründe der digitalen Signalverarbeitung von Vorteil sein. Im folgenden sollen diejenigen Aspekte der digitalen Signalverarbeitung dargestellt werden, die im Zusammenhang mit der Auswertung von Erschütterungsmessungen von Bedeutung sind.

2 Der AD-Wandler

Der AD-Wandler wandelt, wie sein Name besagt, ein analoges Signal in ein digitales Signal um. Aus einem kontinuierlichen Kurvenverlauf entsteht eine Zahlenreihe mit in der Regel gleichmässigen Zeitschritten (vgl. Bild 2.1).

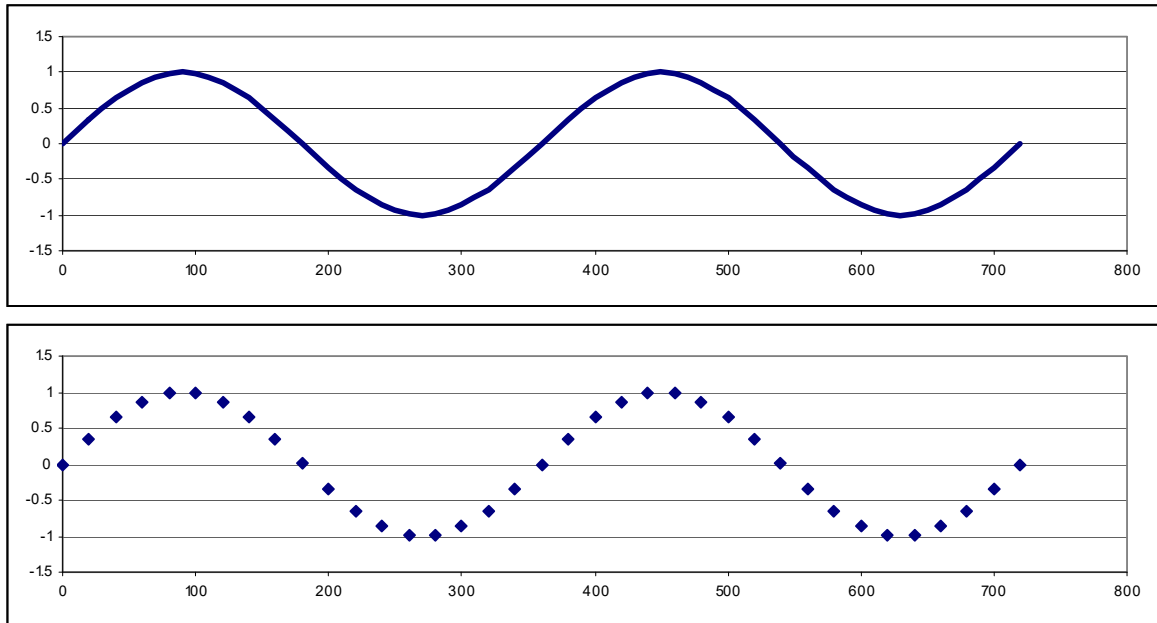


Bild 2.1 Vom kontinuierlichen zum digitalen Signal

2.1 Das Aliasing-Problem

Das Aliasing-Problem taucht dann auf, wenn mit zu geringer Abtastrate aufgezeichnet wird. Wenn z.B. ein Signal von 91 Hz mit einer Abtastrate von 100 Hz aufgezeichnet wird, so ergibt sich, wie man in Bild 2.2 sieht, ein vermeintliches Signal von 9.1 Hz.

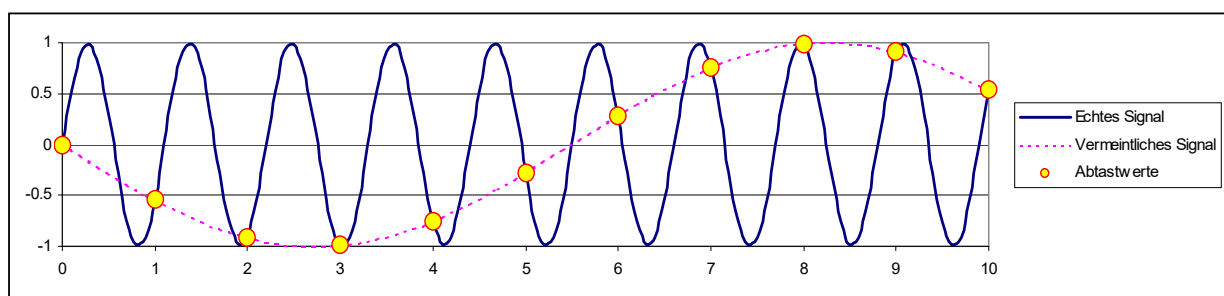


Bild 2.2 Digitalisierung eines Signals mit zu geringer Abtastrate (Zeit in 1/100s): Echtes Signal: 91 Hz, Abtastrate = 100 Hz ergibt ein vermeintliches Signal von 9.1 Hz.

Um diesen sogenannten Aliasing-Fehler zu vermeiden, darf die höchste Frequenz im zu digitalisierenden Signal nicht höher sein als die halbe Abtastrate. Dies wird dadurch erreicht, dass im analogen Teil ein Tiefpassfilter eingebaut wird, dessen Eckfrequenz kleiner ist als die halbe Abtastrate. Der MR2002 z.B. verwendet bei einer Abtastrate von 400 Werten pro Sekunde einen Tiefpassfilter mit 156 Hz, bei 800 Werten pro Sekunde einen solchen mit 315 Hz Eckfrequenz.

2.2 Mehrkanal-Aufzeichnung

Mehrkanal-AD-Wandler können im allgemeinen nicht alle Kanäle gleichzeitig abtasten, so dass eine zeitliche Verzögerung zwischen den Werten der verschiedenen Kanäle entsteht. Auch beim MR2002 tritt eine minimale zeitliche Verzögerung zwischen dem Abtasten der Kanäle auf. Durch das sogenannte „Oversampling“ wird diese Verzögerung jedoch sehr klein gehalten. Sie beträgt 0.0001 Sekunden.

2.3 Messbereich

Der AD-Wandler hat in der Regel einen entscheidenden Einfluss auf den ausnutzbaren Amplituden- und Frequenzbereich einer Messkette. Mit der Gesamtzahl der Digitalisierschritte und der Grösse eines einzelnen Digitalisierschrittes wird der Messbereich bzw. das Auflösungsvermögen bestimmt. Beim MR2002 mit seinem 16-Bit-AD-Wandler ergibt sich (für den Geschwindigkeitssensor MS2003) ein Messbereich von ± 115 mm/s und ein Auflösungsvermögen von 0.0035 mm/s.

Bei AD-Wandlern mit grösseren bzw. kleineren Bit-Zahlen (= Anzahl Bit pro Messwert) ergeben sich die in Tabelle 2.1 aufgeführten Messbereiche.

Tab. 2.1 Messbereiche für AD-Wandler mit unterschiedlichen Bit-Zahlen

Bit-Zahl	Anzahl Digitalisier-Intervalle	Messbereich in mm/s	Messbereich in dB
12	4'096	0.056 – 115 mm/s	66 dB
16	65'536	0.0035 – 115 mm/s	90 dB
20	1'048'576	0.0002 – 115 mm/s	114 dB

Die obere Frequenzgrenze wird durch die Abtastrate bzw. durch den Anti-Aliasing-Filter gesetzt. Der Geschwindigkeitssensor selbst hat, wie man in Bild 2.3 sieht, einen noch grösseren Messbereich.

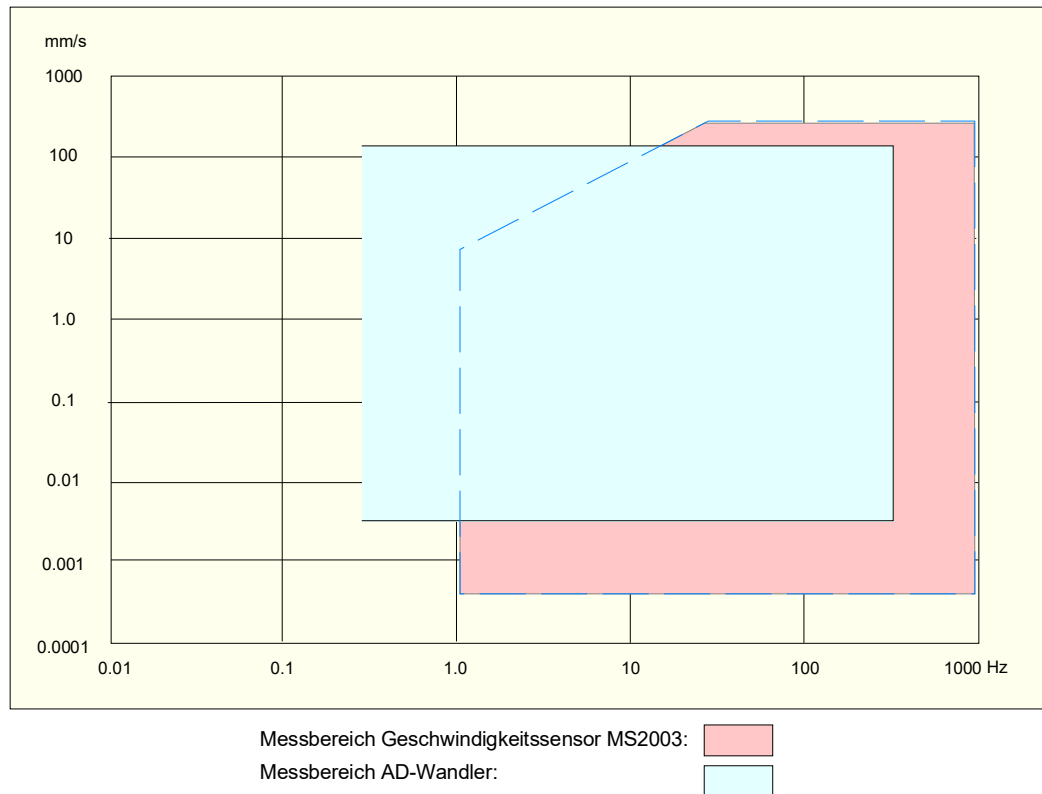


Bild 2.3 Vergleich der Messbereiche von Sensor und AD-Wandler

3 Auswertung im Zeitbereich

Bei der Auswertung im Zeitbereich wird das Signal als Zeitreihe belassen, d.h. das Signal bleibt eine Funktion der Zeit. Im Gegensatz dazu wird bei der Auswertung im Frequenzbereich, wie sie im Kapitel 4 besprochen wird, das Signal durch Transformation in den Frequenzbereich umgewandelt, so dass das Signal als Funktion der Frequenz betrachtet werden kann.

Die Wohl wichtigsten Auswertungen im Zeitbereich sind:

- Maximalwert
- Gleitende Mittelwerte
- Integration
- Differentiation
- Filterung

Im allgemeinen stellen diese Auswertungen – mit Ausnahme der Filterung – keine besonderen Probleme, weshalb sie hier nur kurz besprochen werden sollen. Auf die Filterung wird im Kapitel 5 noch speziell eingegangen.

3.1 Maximalwerte und gleitende Mittelwerte

Maximalwerte lassen sich bei digitalen Signalen sehr einfach bestimmen, vorausgesetzt, dass die Null-Linie bekannt ist. Oft behilft man sich mit einer einfachen Null-Linien-Korrektur, bei der z.B. angenommen wird, dass der Mittelwert des gesamten Signals dem Nullwert entspricht.

Gleitende Mittelwerte werden für die in manchen Normen vorgeschriebenen Effektivwert-Bestimmungen verwendet. Dabei wird, wie in Bild 3.1 dargestellt, ein Zeitfenster der Länge T (= N/Abtastrate) mit einer bestimmten Gewichtungsfunktion w gebildet.

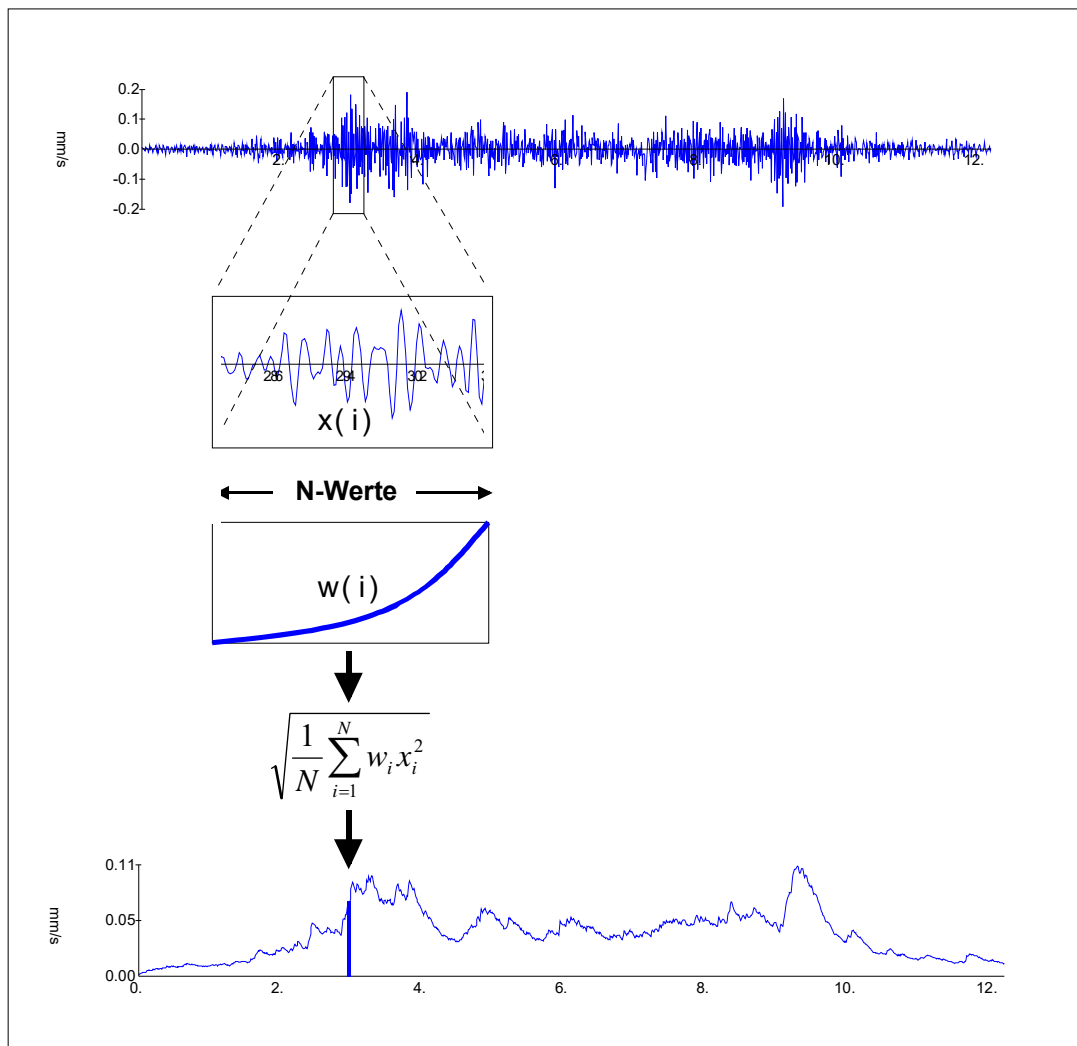
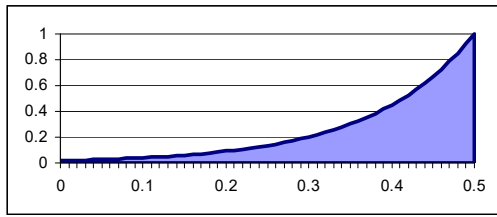


Bild 3.1 Berechnung des Effektivwertes als „Gleitender Mittelwert“

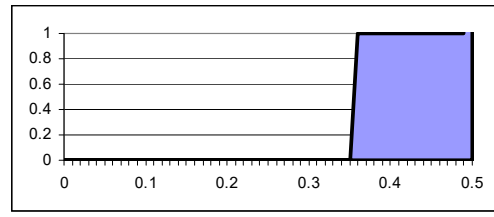
Alle Werte des Signals innerhalb des Zeitfensters werden nun quadriert, mit der Gewichtungsfunktion $w(i)$ multipliziert und schliesslich gemittelt. Durch sukzessives Verschieben des Fensters um jeweils einen Zeitschritt Δt entsteht ein neues Signal, der sogenannte „Gleitende Mittelwert“ oder „Gleitende Effektivwert“.

Zwei Fenstertypen trifft man häufig in den Normen, das Rechteckfenster und das Exponentialfenster. Bild 3.2 zeigt diese beiden Fenstertypen, angewendet auf eine Schwinggeschwindigkeitsaufzeichnung auf einer Holzdecke bei einer Zugvorbeifahrt. Wird bei beiden Fenstertypen die Zeitkonstante gleich gewählt, so ist die Fläche in den beiden Fenstern gleich gross und deshalb ergeben die beiden Verfahren bei harmonischen Signalen die gleichen Ergebnis-

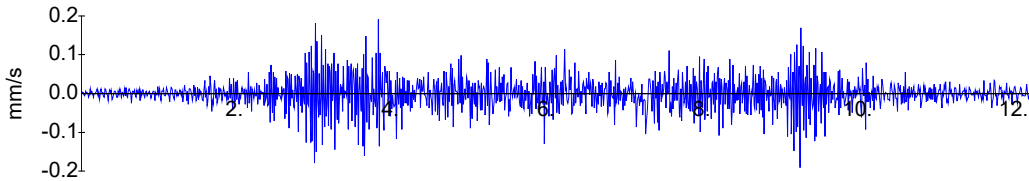
se. Bei realen Signalen ergeben sich, wie man im Beispiel von Bild 3.2 sieht, Abweichungen in der Größenordnung von 5 bis 10 %.



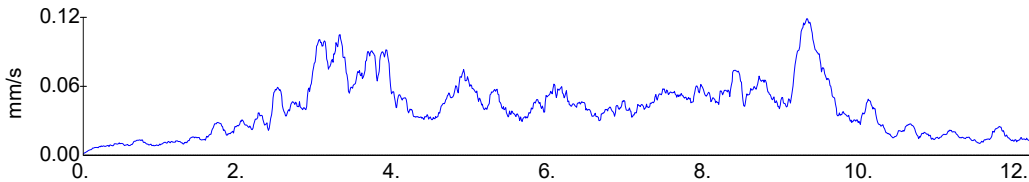
Exponentialfenster



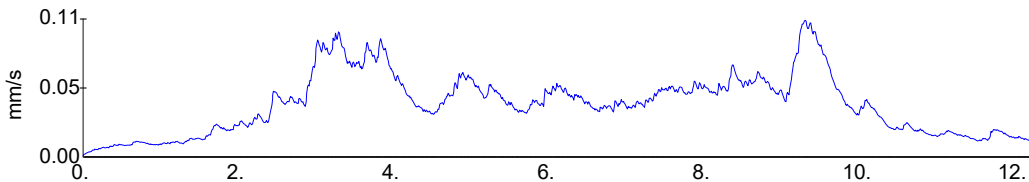
Rechteckfenster



Schwingungsverlauf bei einer Zugvorbeifahrt: $v_{\max} = 0.227 \text{ mm/s}$



Gleitender Effektivwert mit Rechteckfenster: $v_{\text{eff,max}} = 0.119 \text{ mm/s}$



Gleitender Effektivwert mit Exponentialfenster: $v_{\text{eff,max}} = 0.106 \text{ mm/s}$

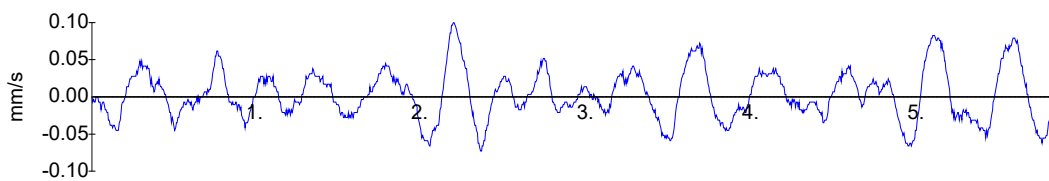
Bild 3.2. Vergleich des gleitenden Mittelwertes mit Rechteckfenster und mit Exponentialfenster.

Im Ergebnis unterscheiden sich die beiden Fenstertypen somit nur unwesentlich, hingegen ist der Rechenaufwand für das Exponentialfenster wesentlich geringer, da hier ein rekursiver Algorithmus verwendet werden kann.

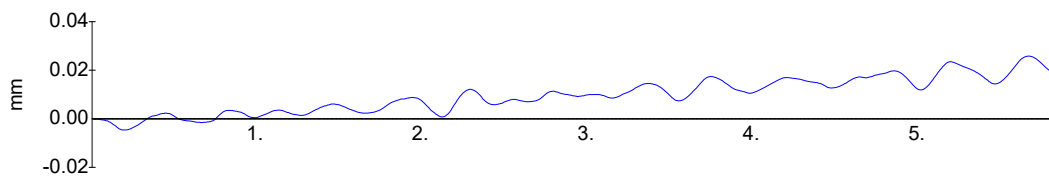
3.2 Integration

Durch Integration des Geschwindigkeitssignals erhalten wir das Weg-Signal, d.h. die Verschiebung in Funktion der Zeit. An sich wirft diese Operation keine Probleme auf, wenn nicht dieses Nulllinien-Problem wäre. Besonders bei sehr kleinen Schwingungsamplituden kann sich der - immer vorhandene - Nulllinien-Fehler durch Integration derart verstärken, dass das interessierende Signal kaum mehr sichtbar ist. Besonders kritisch wird es, wenn man versucht, aus dem Beschleunigungssignal durch doppelte Integration das Wegsignal zu berechnen. Um trotzdem den Weg-Zeit-Verlauf bestimmen zu können, behilft man sich mit Nulllinien-Korrektur und mit Hochpass-Filterung. Allerdings muss man sich bewusst sein, dass damit auch wesentliche Signalanteile verloren gehen können.

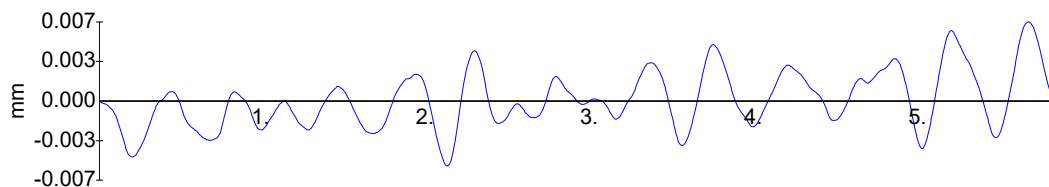
Bild 3.3 zeigt als Beispiel die Schwingung auf dem Staudamm Emosson. Durch einfache Integration erhalten wir das Wegsignal, allerdings mit einem offensichtlichen Nulllinien-Fehler. Durch Filterung mittels 2-fachem Butterworth-Filter mit Eckfrequenz von 1 Hz ergibt sich ein plausibles Wegsignal.



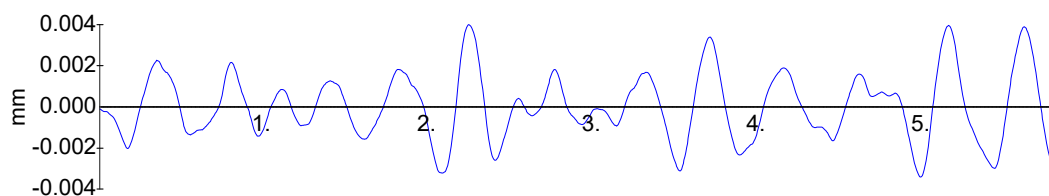
Schwinggeschwindigkeitsverlauf auf dem Staudamm Emosson



Weg-Zeit-Verlauf ohne Korrektur



Weg-Zeit-Verlauf mit Nulllinien-Korrektur angewendet auf das Geschwindigkeitssignal



Weg-Zeit-Verlauf mit Nulllinien-Korrektur angewendet auf das Geschwindigkeitssignal und Hochpassfilterung mit 1 Hz Eckfrequenz angewendet auf das Wegsignal.

Bild 3.3 Berechnung des Weg-Zeit-Signals mit verschiedenen Korrekturen

3.3 Differentiation

Durch Differentiation des Geschwindigkeitssignals erhalten wir das Beschleunigungssignal. Bei tiefen und mittleren Frequenzen ergeben sich hier keinerlei Probleme, doch bereits bei Frequenzen, die höher als $1/5$ der Abtastrate liegen, können sich durch die Digitalisierung Unsicherheiten bei der Bestimmung der maximalen Beschleunigung ergeben. Durch Verwendung der La Grange-Methode werden für die Bestimmung der Beschleunigung nicht nur zwei benachbarte Punkte, sondern gleich mehrere Punkte mitberücksichtigt und dadurch die Berechnung der Beschleunigung (zumeist) verbessert. Trotzdem ist die Berechnung der Beschleunigung aus dem Geschwindigkeitssignal bei hohen Frequenzen mit erheblichen Unsicherheiten verbunden. Es empfiehlt sich deshalb, in solchen Fällen entweder mit höheren Abtastraten zu arbeiten oder direkt einen Beschleunigungssensor einzusetzen.

4 Auswertung im Frequenzbereich

Die Darstellung eines Erschütterungssignals im Frequenzbereich lässt uns Eigenschaften einer Schwingung und Zusammenhänge mit der sie ausführenden Tragstruktur erkennen, die wir aus dem Signal selbst (im Zeitbereich) niemals entnehmen könnten. Das wichtigste Verfahren bei der Auswertung im Frequenzbereich ist die Diskrete Fourier-Transformation (DFT). Die DFT hat eine solch grosse Bedeutung in der digitalen Signalverarbeitung erlangt, dass zumindest ein generelles Verständnis der Grundprinzipien von grossem Nutzen bei der Messdatenauswertung sein wird. Im folgenden sollen diese Grundprinzipien möglichst anschaulich dargestellt werden, ohne stark auf mathematische Details einzugehen.

4.1 Die Diskrete Fourier Transformation

Wir gehen aus von einer digitalisierten Schwingung, dargestellt als Zahlenreihe $x(n)$, mit n von 0 bis $N-1$. Wurde diese Schwingung mit einer Abtastrate von 400 Werten pro Sekunde während 0.3 Sekunden aufgenommen, so ergibt sich eine Zahlenreihe von 120 Werten, wie in Bild 4.1 dargestellt. Die Frequenz der Schwingung in Bild 4.1 beträgt 10 Hz.

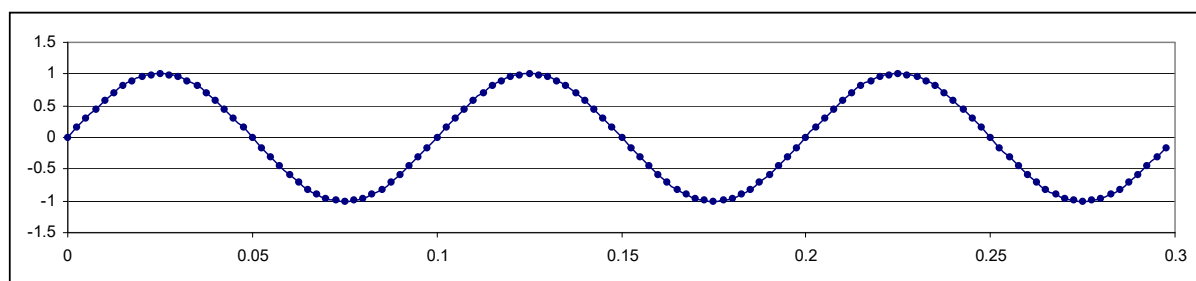


Bild 4.1 10-Hz-Sinusschwingung von 0.3 Sekunden Dauer, abgetastet mit 400 Werten pro Sekunde.

Die DFT ist definiert als

$$X(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i2\pi mn/N}$$

Wobei $X(m)$ den m -ten Fourier-Term darstellt. M ist der Index der Fourier-Termen. Er beginnt wie die Zahlenreihe ebenfalls bei 0 und geht bis $N-1$, d.h. es existieren N Fourier-Termen $X(0)$, $X(1)$, $X(2)$.. bis $X(N-1)$. Die Bedeutung der obenstehenden Gleichung für die DFT wollen wir, ohne auf mathematische Korrektheit zu achten, mit Hilfe von Bild 4.2 veranschaulichen.

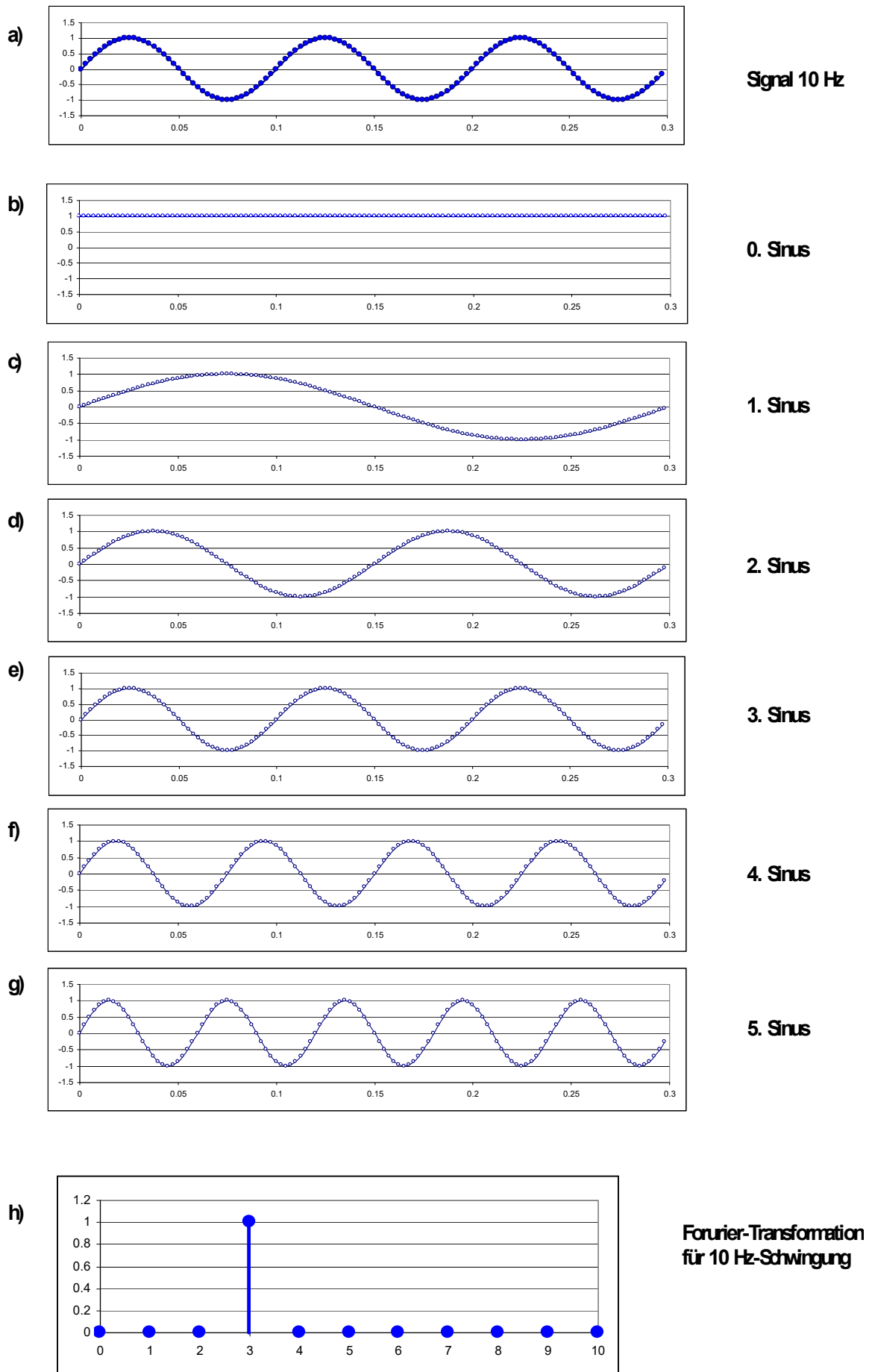


Bild 4.2 Veranschaulichung der Fourier-Transformation

Bild 4.2a zeigt die zu analysierende Schwingung. Sie hat eine Frequenz von 10 Hz und eine Dauer von 0.3 Sekunden. Bild 4.2b zeigt die Funktion, die wir benötigen, um den 0-ten Fourier-Term zu berechnen: es ist eine konstante Funktion mit der Amplitude 1.0. Die Multiplikation der Zahlenwerte des Signals mit den entsprechenden Werten in der 0-ten Sinusfunktion und anschließende Summation ergeben den 0-ten Fourierterm in Bild 4.2.h. Die Multiplikation des Signals mit dem 1. Sinus ergeben den 1. Fourierterm u.s.w.

Eine genaue Betrachtung der Kurven zeigt, dass lediglich die Multiplikation des Signals mit dem 3. Sinus einen von Null verschiedenen Wert ergibt. Diese dritte Sinusfunktion hat 3 Schwingungen innerhalb von 0.3 Sekunden und hat somit 10 Hz. Dies bedeutet, dass der dritte Fourierterm 10 Hz darstellt und dass somit das untersuchte Signal eine Schwingung von 10 Hz aufweist.

Was können wir nun aus Bild 4.2 für die Frequenzanalyse von Erschütterungssignalen entnehmen:

- Der 0-te Fourierterm gibt nichts weiteres an, als den Mittelwert des Signals; bei Nulllinienkorrigierten Signalen ist dieser Term natürlich gleich Null.
- Der 1. Fourierterm hat eine Schwingdauer von der Länge des Signals, d.h. die tiefste darstellbare Frequenz ist der Kehrwert der Signaldauer. Bei einer Signaldauer von 0.3 Sekunden ist die tiefste darstellbare Frequenz 3.33 Hz.
- Jeder höhere Fourierterm gibt ein vielfaches der 1. Frequenz an. In unserem Beispiel entspricht der 1. Term 3.33 Hz, der 2. Term 6.67 der 3. Term 10 Hz usw.
- Die Frequenzintervalle sind gleich der Frequenz des 1. Terms und somit gleich dem Kehrwert der Signallänge. Wollen wir z.B. für eine sehr feine Frequenzanalyse ein Frequenzintervall von 0.1 Hz haben, so müssen wir eine Signallänge von mindestens 10 Sekunden verwenden.
- Der 3. Fourierterm, der sich aus der Multiplikation des Signals mit der 3. Sinusfunktion ergibt, enthält nichts anderes als das Integral des quadrierten Signals d.h. den Energieinhalt des Signals.

Bei der in der digitalen Signalanalyse verwendeten Fourier-Transformation handelt es sich stets um die sogenannte Fast-Fourier-Transformation, die – um die grosse Rechengeschwindigkeit erreichen zu können – immer voraussetzt, dass die Anzahl Werte im zu analysierenden Signal eine Potenz von 2 ist. Dies bedeutet, dass die Anzahl Werte 2, 4, 8, 16, 32 .. etc. ist. Für ein realistisches Signal von 2 Sekunden und mehr ergibt dies bei einer Abtastrate von 400/s folgende Signallängen:

2er-Potenz	Anzahl Werte	Signaldauer
2^{10}	1024	2.56 s
2^{11}	2048	5.12 s
2^{12}	4096	10.24 s
2^{13}	8192	20.48 s
2^{14}	16'384	40.96 s

Stimmt die Signallänge nicht mit der Zweierpotenz überein, so muss entweder abgeschnitten oder verlängert werden, wobei beim Verlängern die zusätzlichen Werte mit Nullen belegt werden. Das Auffüllen mit Nullen hat zwei wesentliche Vorteile gegenüber dem Abschneiden: Durch die künstliche Verlängerung des Signals wird das Frequenzintervall kleiner und damit die Aussage der Frequenzanalyse detaillierter. Im Gegensatz zum Abschneiden gehen beim Auffüllen keine Signalabschnitte – die unter Umständen sehr wesentlich sind – verloren.

4.2 Frequenz-Leckage

Beim Beispiel in Bild 4.2 wies unser Signal mit 10 Hz ein exaktes Vielfaches der 1. Sinusfunktion von 3.33 Hz auf. Deshalb ergab die Fouriertransformation beim 3. Fourierterm auch einen Spitzenwert und bei allen anderen Termen Null. Nicht so einfach ist es, wenn – was bei realen Signalen immer der Fall ist – die Frequenz unseres Signals zwischen zwei Fouriertermen liegt, z.B. bei 11 Hz. Dann werden bei der Multiplikation des Signals mit den Sinusfunktionen Frequenzanteile beim 3. und beim 4. Fourierterm auftauchen. Übrigens bei allen anderen Termen auch, obwohl dort gar keine Frequenzanteile zu erwarten wären. Man spricht hier von Frequenz-Leckage, eine Eigenheit der diskreten Fourier-Transformation.

Dieser Sachverhalt lässt sich mit dem VIEW-Programm leicht überprüfen. Wählt man als Test-Signal eine Sinusschwingung mit 1.95 Hz mit einer Dauer von 2.56 Sekunden, so fällt die Frequenz des Signals exakt auf den 5-ten Fourierterm. Die Fourieranalyse ergibt, wie man in Bild 4.3a sieht, erwartungsgemäss eine Spektralampplitude von 1.0 bei 1.95 Hz. Wählt man hingegen als Testsignal eine Sinusschwingung mit 2.15 Hz ebenfalls mit einer Dauer von 2.56 Sekunden, so fällt die Frequenz des Signals zwischen den 5-ten und 6-ten Fourierterm. Das Ergebnis der Fourieranalyse ist nun aber insofern erstaunlich, dass nun nicht einfach die zwei benachbarten Fourierterme Beiträge angeben, sondern auch weitere Frequenzen auftauchen, die in Wirklichkeit gar nicht vorhanden sind. Überdies wird die Hauptfrequenz nicht richtig angegeben. Dieses Phänomen lässt sich, wie im nächsten Kapitel gezeigt werden soll, durch Fenstertechnik etwas korrigieren, eliminieren lässt es sich jedoch nicht.

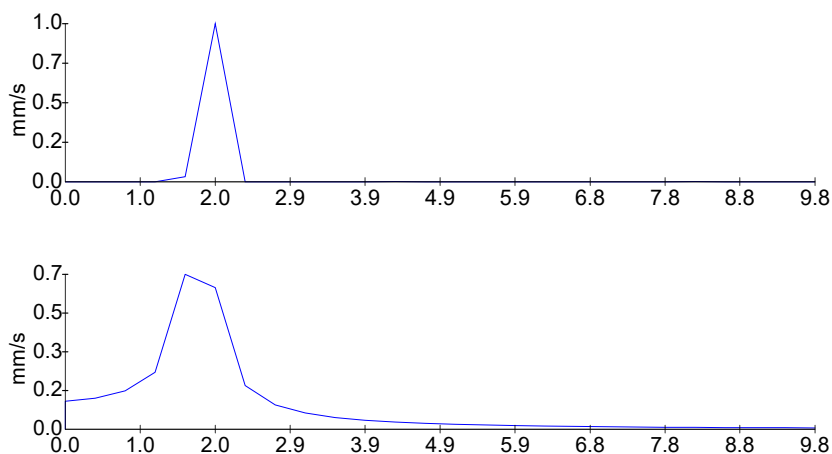


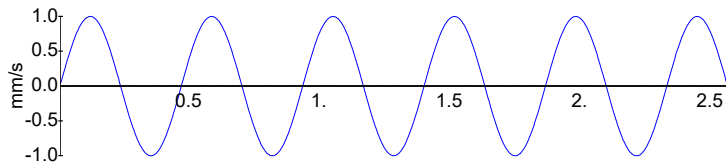
Bild 4.3a,b Darstellung der Frequenz-Leckage bei der DFT: oben: Signal mit der 5-fachen Grundfrequenz; unten: Signal mit der 5.5-fachen Grundfrequenz.

4.3 Fenstertechnik

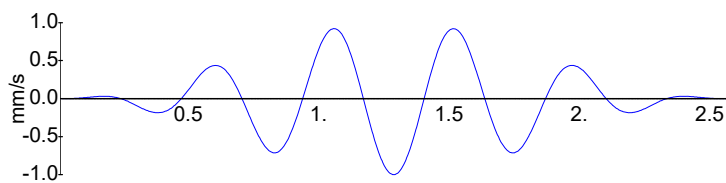
Das Problem mit der Frequenz-Leckage kann durch Verwendung der Fenstertechnik etwas entschärft werden. Wir multiplizieren unser Signal z.B. mit einem sogenannten Hanning-Fenster, was bewirkt, dass die Signalanteile am Anfang und am Schluss gegen Null gezogen werden. Dadurch erreichen wir zwei Dinge:

- Die Frequenzleckage wird merklich reduziert. Sie wird aber nie ganz verschwinden.
- Allfällige Diskontinuitäten am Signalanfang oder –ende werden eliminiert.

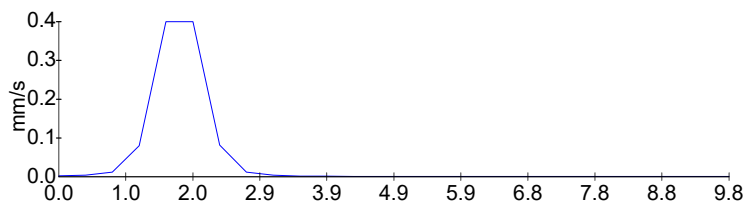
In Bild 4.4 ist der Vorgang bei der Fenstertechnik und die Auswirkung auf das Amplitudenspektrum dargestellt.



Sinusschwingung mit 2.15 Hz



Sinusschwingung mit 2.15 Hz, mit Hanning-Fenster



Amplitudenspektrum für Sinusschwingung mit 2.15 Hz, mit Hanning-Fenster

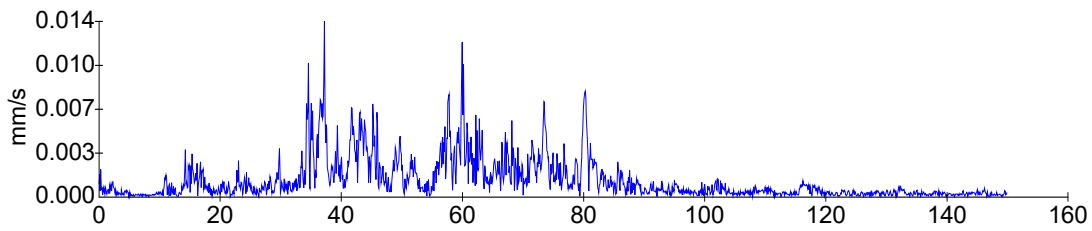
Bild 4.4 Einfluss der Fenstertechnik auf die DFT

Der Vergleich mit Bild 4.3 zeigt eine deutliche Verbesserung durch die Verwendung des Hanning-Fensters, mathematisch korrekt ist die DFT im vorliegenden Beispiel aber nicht. Bei der Anwendung von Fenstertechnik ist zu beachten, dass die Spektralampplituden natürlich nicht mehr dem ursprünglichen Signal entsprechen, sondern dem korrigierten Signal.

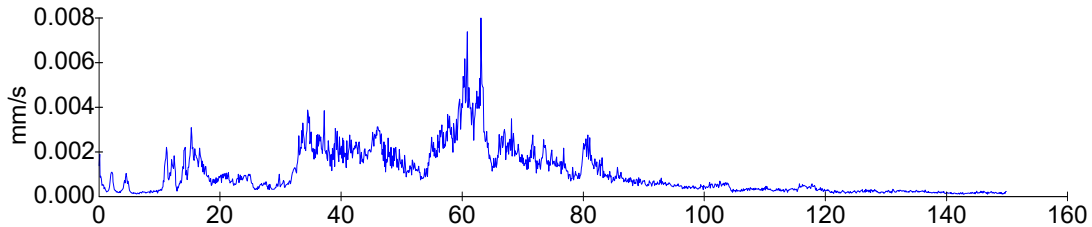
4.4 Frequenzverstärkung

Bei der Messung der Eigenfrequenz eines Bauteils – z.B. einer Geschossdecke – werden wir nicht nur die gesuchten Eigenschwingungen aufzeichnen, sondern auch noch viele unerwünschte Störeinflüsse. Die Frequenzanalyse einer solchen Messung wird neben den Eigenfrequenzen noch viele andere Frequenzen zeigen, so dass wir die Eigenfrequenzen oft nicht mehr klar erkennen können.

Mit einer einfachen Methode können wir die gesuchten Eigenfrequenzen verstärken und die unerwünschten Störfrequenzen reduzieren. Wir wiederholen die Messung – z.B. das Schwingen einer Geschossdecke infolge Hüpfen – zehn mal und addieren die Amplitudenspektren. Aus der Frequenzanalyse eines einzelnen Signals lässt sich, wie wir in Bild 4.5 sehen, die Hauptfrequenz noch nicht klar erkennen. Durch Addition aller Amplitudenspektren und anschließender Mittelwertbildung erreichen wir, dass die eher zufälligen Störschwingungen reduziert werden und dass die systematisch auftretenden Eigenschwingungen verstärkt werden.



Amplitudenspektrum einer einzelnen Zugdurchfahrt



Mittelwertspektrum aus 10 Zugdurchfahrten

Bild 4.5 Verbesserung der Aussagekraft einer Frequenzanalyse durch Addition und Mittelung mehrerer Spektren

4.5 Empfehlungen bei der Verwendung der DFT

Zum Abschluss sollen noch einige nützliche Empfehlungen für die Verwendung der Diskreten Fourier Transformation (DFT) zusammengestellt werden:

- Abtastrate hoch genug wählen. Die Abtastrate soll mindestens 2.5 mal die höchste Frequenz betragen.
- Signallänge lang genug wählen. Je länger das Signal, desto feiner die Frequenzauflösung.
- Signal für die DFT (zur Erreichung der 2er-Potenz) nicht abschneiden, sondern Verlängern und mit Nullen auffüllen.
- Fenstertechnik vor dem Verlängern des Signals anwenden. Die Anwendung nach dem Verlängern würde das Frequenz-Leckage-Problem nur verstärken.
- Mittelwertbildung über mehrere Amplitudenspektren erleichtert das Erkennen der Hauptfrequenzen.

5 Filter

Digitale Filtertechnik ist ein sehr weites und zum Teil auch sehr komplexes Teilgebiet der digitalen Signalverarbeitung. Für die praktische Anwendung bei der Auswertung von Erschütterungsmessungen genügt als Grundlage sicherlich eine generelle Übersicht über die wichtigsten Filtertypen. Zusätzlich sollten wir aber recht gut Bescheid wissen über die Wirkung der von uns eingesetzten Filter.

5.1 FIR- und IIR-Filter

Diese beiden mysteriösen Begriffe tauchen im Zusammenhang mit Filtern immer wieder auf, ohne dass erklärt wird, was sie eigentlich bedeuten. Dabei umschreiben sie, wie wir sehen werden, einen recht trivialen Sachverhalt.

Den einfachsten Filter erhalten wir, wenn wir bei einem digitalisierten Signal die ersten n Werte addieren, den Mittelwert bilden und damit den ersten Wert des gefilterten Signals bilden. Danach verschieben wir unsere Operation auf der Zeitachse um einen Zeitschritt, wiederholen die Berechnung und bilden so den zweiten, dritten und schliesslich letzten Datenpunkt des gefilterten Signals.

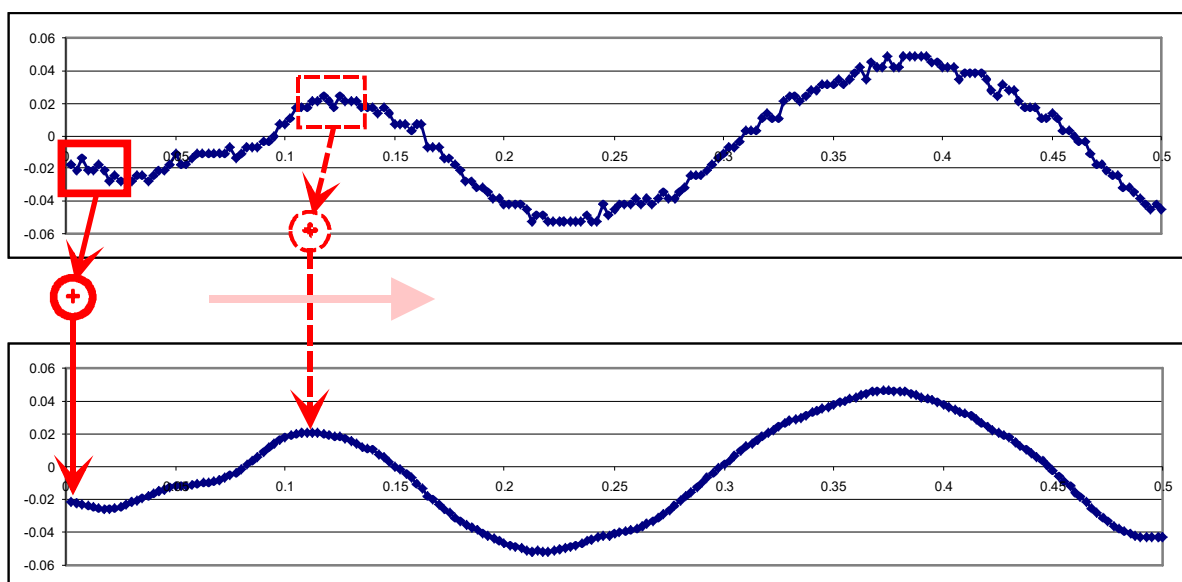


Bild 5.1 Filterung durch Mittelwertbildung über mehrere Messpunkte

Das gefilterte Signal ist, wie man in Bild 5.1 sieht, ein geglättetes Signal, bei dem die hohen Frequenzanteile entfernt worden sind. Unser Filter ist somit ein Tiefpassfilter, d.h. ein Filter, das nur die tiefen Frequenzen passieren lässt. Durch die Länge unseres Mittelungsfensters können wir die Frequenzen, die wir wegfiltern wollen, bestimmen.

Das soeben beschriebene Filter berechnet – wie wir in Bild 5.1 sehen – aus Datenpunkten des Ausgangssignals die Werte des gefilterten Signals. Solche Filter werden als FIR-Filter (Finite Impulse Response) bezeichnet. Diesen Namen erhielten sie, weil bei einem Signal, das plötzlich auf Null abfällt, das gefilterte Signal innerhalb beschränkter Zeit ebenfalls auf Null abfällt.

Wesentlich effizienter als die FIR-Filter sind die sogenannten IIR-Filter (Infinite Impulse Response). Diese Filter können instabil werden und „unendliche Werte“ ergeben (daher ihr

Name). Bei den IIR-Filtern wird ein Wert des gefilterten Signals – wie in Bild 5.2 dargestellt – berechnet aus Werten des ungefilterten und aus Werten des gefilterten Signals.

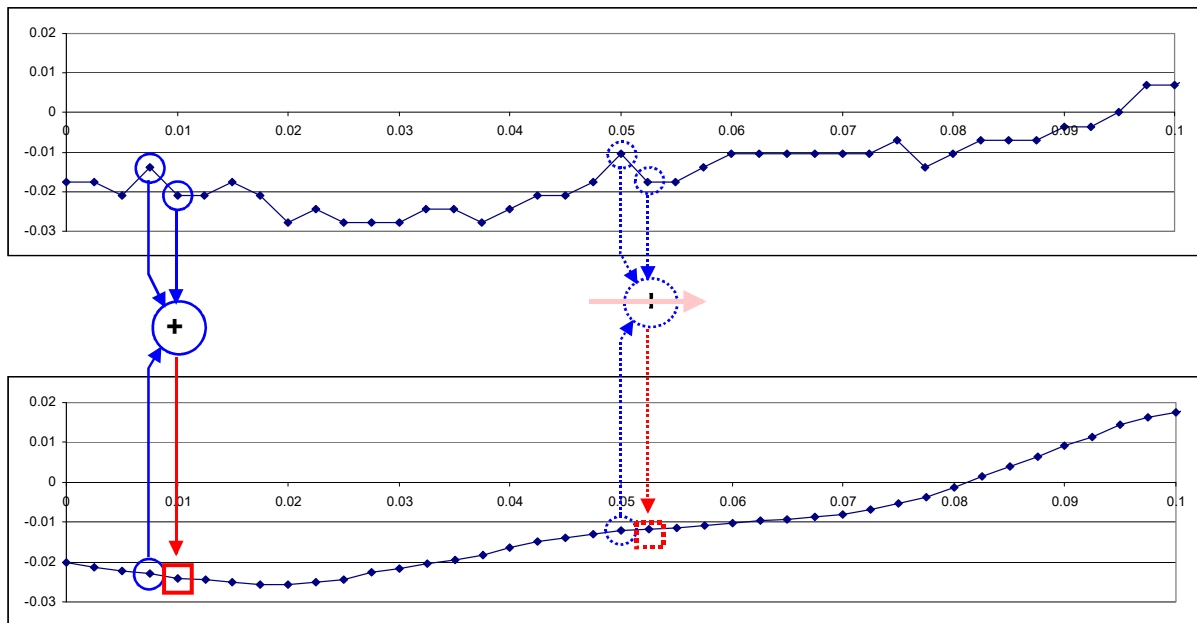


Bild 5.2 Filterung mit IIR-Filter

IIR-Filter haben komplizierte Strukturen und sind schwieriger zu konstruieren aber sie benötigen wesentlich weniger Rechenoperationen, um eine bestimmte Filtercharakteristik zu erreichen. In der praktischen Anwendung haben die IIR-Filter - wegen ihrer Effizienz - die größere Bedeutung. Von den zahlreichen IIR-Filtern wollen wir hier nur den sogenannten Butterworth-Filter näher betrachten.

5.2 Butterworth-Filter

Beim Butterworth-Tiefpassfilter 1. Ordnung wird das gefilterte Signal genau nach dem Schema in Bild 5.2 berechnet. Nach der Formel

$$y_i = A x_i + A x_{i-1} - B y_{i-1} \quad (5.1)$$

berechnet sich ein neuer Wert des gefilterten Signals aus zwei Werten des ungefilterten Signals (x_i und x_{i-1}) und aus einem Wert des gefilterten Signals (y_{i-1}). Die Werte A und B bestimmen die Eckfrequenz.

Mit etwas komplizierteren Ausdrücken als in Gl. 5.1, die aber im Prinzip gleich aufgebaut sind, können Filter höherer Ordnung, die etwas steilere Filterverläufe haben oder Hochpassfilter oder Bandpassfilter hergestellt werden. Im folgenden wollen wir aber nicht die Konstruktion von Filtern besprechen, sondern die Wirkung der verschiedenen Butterworth-Filter näher betrachten.

5.2.1 Tiefpassfilter 1. Ordnung

Bild 5.3 zeigt den Amplitudengang des Tiefpassfilters 1. Ordnung mit einer Eckfrequenz von 50 Hz. Zu beachten ist hier vor allem der langsame Abfall des Filters. Bei der Eckfrequenz von 50 Hz wird das Signal auf 50 % reduziert aber auch noch bei 20 Hz haben wir eine Reduktion von 12 %.

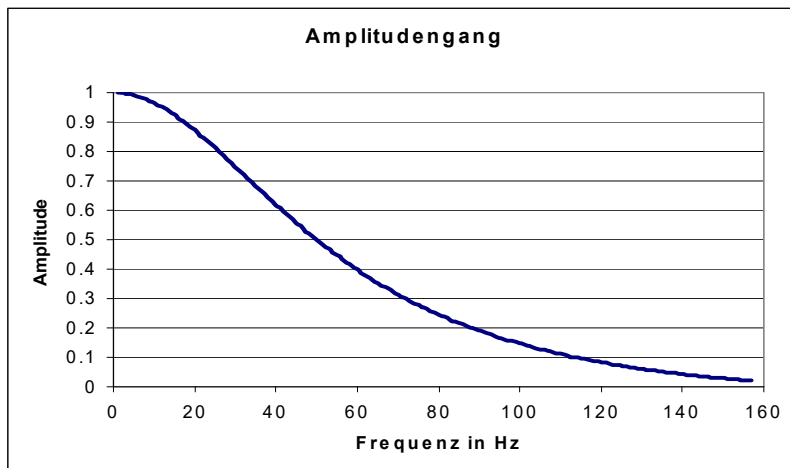


Bild 5.3 Amplitudengang des Butterworth-Tiefpassfilters 1. Ordnung ($f_d = 50$ Hz)

5.2.2 Tiefpassfilter 2. Ordnung

Bild 5.4 zeigt den Amplitudengang des Tiefpassfilters 2. Ordnung mit einer Eckfrequenz von 50 Hz. Hier ist der Abfall bereits wesentlich schneller. Bei der Eckfrequenz von 50 Hz wird das Signal wiederum auf 50 % reduziert, bei 20 Hz haben wir aber nur noch eine Reduktion von 2 %.

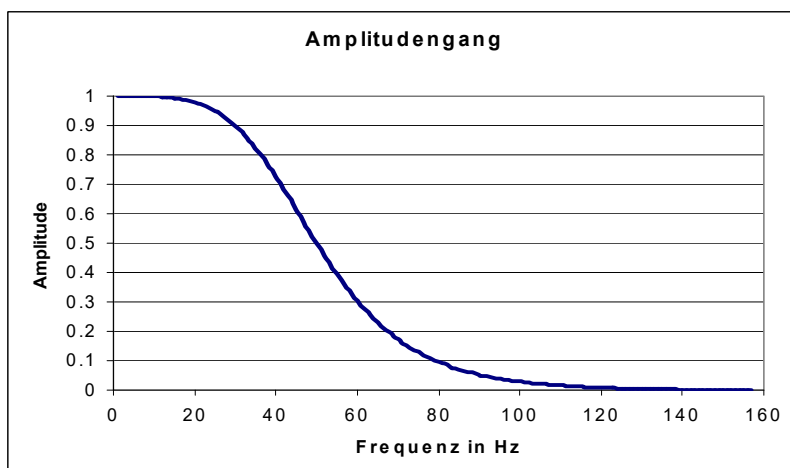


Bild 5.4 Amplitudengang des Butterworth-Tiefpassfilters 2. Ordnung ($f_d = 50$ Hz)

5.2.3 Hochpassfilter 1. Ordnung

Das Gegenstück zum Tiefpassfilter ist der Hochpassfilter. Bild 5.5 zeigt den Amplitudengang des Hochpassfilters 1. Ordnung mit einer Eckfrequenz von 10 Hz. Zu beachten ist hier wiederum der langsame Abfall des Filters. Bei der Eckfrequenz von 10 Hz wird das Signal auf 50 % reduziert aber auch noch bei 20 Hz haben wir eine Reduktion von 20 %.

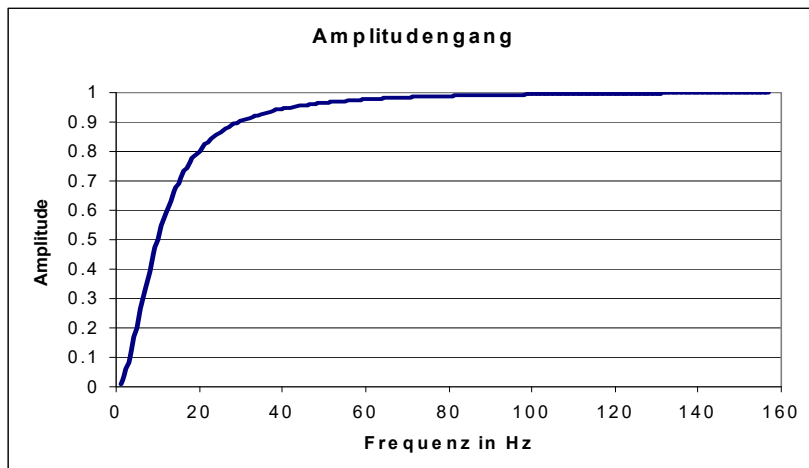


Bild 5.5 Amplitudengang des Butterworth-Hochpassfilters 1. Ordnung ($f_d = 10$ Hz)

5.2.4 Hochpassfilter 2. Ordnung

Bild 5.6 zeigt den Amplitudengang des Hochpassfilters 2. Ordnung mit einer Eckfrequenz von 10 Hz. Hier ist der Abfall bereits wesentlich schneller. Bei der Eckfrequenz von 10 Hz wird das Signal auf 50 % reduziert, bei 20 Hz haben wir nur noch eine Reduktion von 6 %.

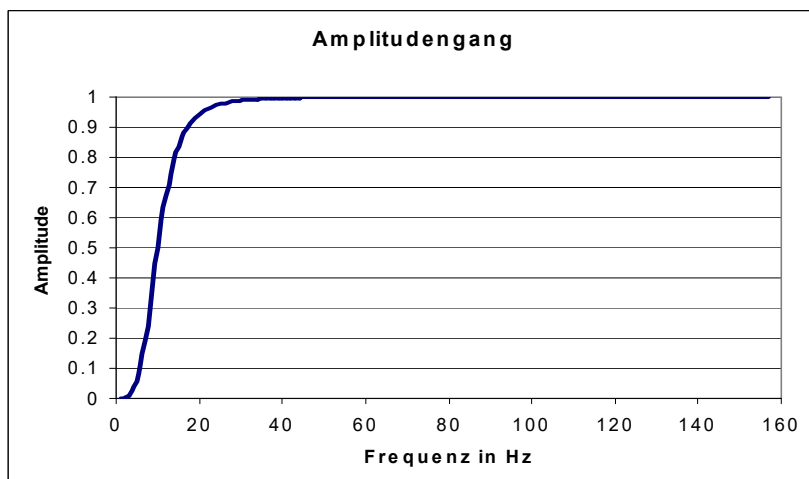


Bild 5.6 Amplitudengang des Butterworth-Hochpassfilters 2. Ordnung ($f_d = 10$ Hz)